

# مبادئ التفاضل والتكامل النيوتروسوفي و حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي تأليف

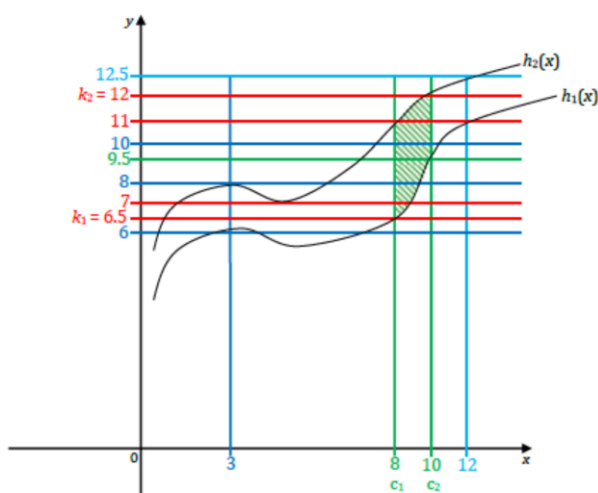
الاستاذ الدكتور فلورنتن سمارانداكة

ترجمة

الدكتورة هدى اسماعيل خالد اسماعيل الجميلي

المهندس احمد خضر عيسى الجبوري

قسم الرياضيات- كلية التربية الاساسية – جامعة تلغفر - العراق



مثال لنظرية القيمة الوسطى النيوتروسوفية



## Pons asbl

5, Quai du Batelage, Brussels, Belgium, European Union

ISBN : 978-1-59973-497-2

© Translators, author  
and the publisher, 2016.

### مراجعة الترجمة

١- الأستاذ الدكتور أحمد عبد الخالق سلامة

رئيس قسم الرياضيات وعلوم الحاسب بكلية العلوم – جامعة بورسعيد – مصر

٢- الدكتورة هويدا عبد الحميد الغوالي

قسم الفيزيكا والرياضيات الهندسية – كلية الهندسة – جامعة بورسعيد – مصر

٣- الاستاذ سعيد برومي

مختبر معالجة المعلومات، كلية العلوم بن M'Sik، جامعة الحسن الثاني،

B.P 7955، سيدي عثمان، الدار البيضاء، المغرب

٤- م.م. عبد المنعم عبدالله خلف الدليمي

مراجعة لغوية

قسم اللغة العربية - كلية التربية الاساسية – جامعة تلعفر - العراق

## تقديم الكتاب

إن التعبير عن عبقرية الإنسانية الممثلة بالبروفيسور سمارنداكه ومنطقه الجديد، وفكرة الترجمة للدكتورة هدى إسماعيل خالد والمهندس أحمد خضر عيسى من العراق الشقيق وعن رسالتهم في الترجمة لأحد تطبيقات المنطق الجديد ( حساب التفاضل والتكامل النيتروسوفيكي ) نحو ظهوره إلى النور ومظاهر عظمتة فيما وضعه فلورنتن من بناء المنطق الجديد آثار العديد من التساؤلات في جميع المجالات ووضع بصمة في عقول العلماء والباحثين من دراستهم لهذا الفكر الجديد ، من خلال الأبحاث والكتب ، والتي أنشأ فيها منطقاً جديداً وهو ما يسمى بالمنطق النيتروسوفيكي وإمتداد لهذا وضع فريق العمل من جامعتي ( بورسعيد - مصر وتلعفر - العراق ) بمشاركة سمارنداكه تم وضع أسس علوم جديدة في مجالات الرياضيات والاحصاء وعلوم الحاسب ونظم المعلومات وإمتد ذلك لوضع آلية جديدة لتحليل الظواهر الكونية والمجتمعية ويحتوي هذا الكتاب على ٣٤ إشارة مرجعية لأبحاث فريق العمل من جامعتي بورسعيد، مصر، وتلعفر، العراق، ومع الجهد المضني الذي بذله المترجمون في ترجمة هذا الكتاب الضخم متعدد المواضيع في مجال التفاضل والتكامل كأحد التطبيقات الجديدة للنيتروسوفيكي الذي يعتبر أول مرجع باللغة العربية في تطبيقات النيتروسوفيكي .

وقبل الختام فإنني أود أن أتقدم بخالص الشكر والتقدير إلى كل من ساهم في مشروع ترجمة هذا الكتاب. كما أتقدم بخالص الشكر والتقدير لكل من ساعد في مراجعة الترجمة وإخراج هذا الكتاب إلى النور. كما أسأل الله العلي القدير أن ينفع به طالبي العلم والمعرفة في وطننا العربي على جميع مستوياتهم الأكاديمية والعملية والثقافية.

والله من وراء القصد،،،

أ.د. أحمد عبد الخالق سلامة

قسم الرياضيات وعلوم الحاسب - كلية العلوم - جامعة بورسعيد - مصر

٢٠١٦

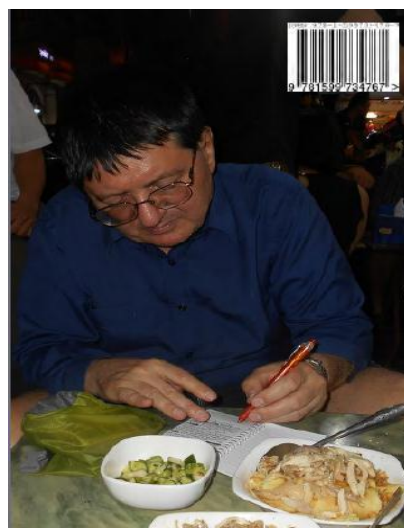
## المحتويات

ت	اسم الموضوع	الصفحة
	المحتويات	٤
	مقدمة عن المؤلف (سيرة عالم وكاتب وفنان)	٦
١	التمهيد (المفهوم النيوتروسوفي في حساب التفاضل والتكامل)	١١
١.١	نظرة عامة	١١
٢.١	مقدمة	١١
٣.١	الفروق بين تحليل الفترة ، وتحليل المجموعة ، والتحليل النيوتروسوفي	١٢
٤.١	المقاييس الهندسية الأولية غير المحددة	١٧
٥.١	قوانين فيزيائية غير محددة	١٩
٢	الحساب التمهيدي للتفاضل والتكامل النيوتروسوفي	٢٠
١.٢	العمليات الجبرية للمجاميع	٢٠
٢.٢	العلاقات بين المجاميع الجزئية النيوتروسوفية	٢٠
٣.٢	دالة المجموعة الجزئية النيوتروسوفية	٢١
٤.٢	الدالة الهشة النيوتروسوفية	٢٢
٥.٢	الدالة النيوتروسوفية العامة	٢٢
٦.٢	الدالة النيوتروسوفية الهشة اي التي مجالها ومجالها المقابل مجاميع جزئية	٢٢
٧.٢	اللاتحديد المتقطع وغير المتقطع	٢٨
٨.٢	دوال نيوتروسوفية بقيم متجهة ذات متغيرات متعددة	٢٨
٩.٢	الدوال الضمنية النيوتروسوفية	٢٩
١٠.٢	تركيب الدوال النيوتروسوفية	٢٩
١١.٢	معكوس الدالة النيوتروسوفية	٣٠
١٢.٢	أصفار الدوال النيوتروسوفية	٣٤
١٣.٢	لاتحديدات الدالة	٣٤
١٤.٢	الدالة النيوتروسوفية الزوجية	٣٤
١٥.٢	الدالة النيوتروسوفية الفردية	٣٥
١٦.٢	النموذج النيوتروسوفي	٣٦
١٧.٢	معامل الارتباط النيوتروسوفي	٣٧
١٨.٢	الدالة الأسية النيوتروسوفية	٣٨
١٩.٢	الدالة اللوغاريتمية النيوتروسوفية	٣٩
٢٠.٢	تركيب الدوال النيوتروسوفية	٤١
٣	حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي	٤٢
١.٣	الغاية النيوتروسوفية	٤٢
٢.٣	ملاءمة ( البعد – الجزئي )	٤٤
٣.٣	خواص ملاءمة (البعد – الجزئي)	٤٤
٤.٣	الفضاء (المترى - الجزئي)	٤٥
٥.٣	تعريف $\delta - \epsilon$ للغاية النيوتروسوفية اليسرى	٤٥

٤٦	مثال لحساب الغاية النيوتروسوفكية	٦.٣
٤٦	حالة خاصة لحساب الغاية النيوتروسوفكية	٧.٣
٤٨	حساب الغاية النيوتروسوفكية تحليليا	٨.٣
٤٩	الحساب النيوتروسوفكي لغايات الدوال الكسرية	٩.٣
٥٠	شبه الاستمرارية النيوتروسوفكية	١٠.٣
٥٠	الدالة النيوتروسوفكية المستمرة	١١.٣
٥٠	نظرية القيمة الوسطى النيوتروسوفكية	١٢.٣
٥١	مثال حول نظرية القيمة الوسطى النيوتروسوفكية	١٣.٣
٥٢	مثال حول نظرية القيمة الوسطى النيوتروسوفكية الموسعة	١٤.٣
٥٣	خواص شبه- الاستمرارية النيوتروسوفكي	١٥.٣
٥٦	خواص الاستمرارية النيوتروسوفكية	١٦.٣
٥٧	تعريف $M - \delta$ للغايات النيوتروسوفكية اللانهائية	١٧.٣
٥٨	أمثلة عن الغايات اللانهائية النيوتروسوفكية	١٨.٣
٥٩	دالة نيوتروسوفكية مجالها ومجالها المقابل مجاميع	١٩.٣
٦٠	الاشتقاق النيوتروسوفكي	٢٠.٣
٦٣	التكامل النيوتروسوفكي غير المحدد	٢١.٣
٦٤	التكامل النيوتروسوفكي المحدد	٢٢.٣
٦٥	تعريف مبسط للتكامل النيوتروسوفكي المحدد	٢٣.٣
٦٥	تعريف عام للتكامل النيوتروسوفكي المحدد	٢٤.٣
٦٧	الفصل الرابع ( الخاتمة )	٤
٦٨	ثبت المصطلحات	
٧٧	الفصل الخامس (المصادر)	٥
٧٧	المصادر العربية	١.٥
٧٧	المصادر الانكليزية	٢.٥
٧٧	كتب وبحوث منشورة	١.٢.٥
٨١	مقالات اضافية حول النيوتروسوفيك	٢.٢.٥
١٠٨	مقدمات لمؤتمرات عالمية وحلقات دراسية حول النيوتروسوفيك	٣.٢.٥
١٠٩	أطاريح دكتوراه في النيوتروسوفيك	٤.٢.٥

## سيرة عالم وكاتب وفنان (مؤلف الكتاب)

الاستاذ الدكتور فلورنتن سمارانداكه / جامعة نيو مكسيكو الامريكية



## Personal pictures for Sir Florentin Smarandache (contradictory in handwriting) Vietnam -2016

صورة شخصية للسيد فلورنتن سمارانداكه ( يكتب بكتا يديه) / فيتنام – ٢٠١٦

ولد هذا العالم في العاشر من ديسمبر عام ١٩٥٤ في مدينة Balcesi في روما / ايطاليا، هو ذلك العالم الموسوعي الذي عمل مؤلفا، ومترجما، ومحررا لأكثر من ٥٠٠ كتاب ، وبحث ، ومقالة علمية.

انه رجل يدعو للنهضة لأنه نشر في العديد من المجالات والحقول العلمية، على سبيل المثال لا الحصر نجد انه قد ابدع في الرياضيات (نظرية الأعداد، الاحصاء، البنى الجبرية، الهندسة اللاقليدية، والهندسة السمارانداكية)، وعلوم الكمبيوتر (الذكاء الاصطناعي، والانشطار المعلوماتي)، الفيزياء (فيزياء الكم، فيزياء الجسيمات)، الاقتصاد (ثقافة الاقتصاد، نظرية المراكز التجارية المتعددة)، الفلسفة ( لتعميم الديالكتيك (الجدل أي مقارنة الحجة بالحجة) والمنطق النيوتروسي – تعميم للمنطق الضبابي الحدسي)، العلوم الاجتماعية (مقالات سياسية) والادب (الشعر والنثر والمقالات والرواية، الدراما، ومسرحيات الأطفال، والترجمة) والفنون (الرسم التجريبي/ الطليعي، الفن التصويري، رسم تشكيلي).

وهو يعمل حاليا أستاذاً للرياضيات في جامعة نيو مكسيكو الامريكية، ومن انجازاته العلمية والجوائز التي حصل عليها:

- ١- في ٢٢ أيلول ٢٠١١، قام الباحثون في المنظمة الاوربية للأبحاث النووية (سيرن) بالإثبات الجزئي لفرضية سمارانداكه التي تنص على انه لا يوجد حد اقصى للسرعة في الكون .
  - ٢- حصل على جائزة نيو مكسيكو لأفضل كتاب عام ٢٠١١ وذلك عن كتابه "بنى جبرية جديدة " مناصفة مع الدكتورة فاسانثا كانداسامي.
  - ٣- حصل على شهادتي دكتوراه فخرية في عام ٢٠١١ من كل من بكين (جامعة جياوتونغ)، ومن بوخارست (أكاديمية داكوروما) .
  - ٤- حصل على الوسام الذهبي من مؤسسة تيليسيو-غاليلي اللندنية للعلوم عام ٢٠١٠ إذ أقيم حفل التكريم في جامعة بيكس ، هنغاريا.
  - ٥- وهو أيضا عضو في الاكاديمية الرومانية - الأمريكية للعلوم.
- يستطيع القارئ الكريم الاطلاع على كتب السير فلورنتن في كل من المواقع التالية:  
(Amazon Kindle, Amazon.com, Google Book Search)

وفي العديد من المكتبات في جميع أنحاء العالم منها مكتبة الكونغرس (العاصمة واشنطن)، ايضا في قاعدة البيانات العلمية الدولية arXiv.org ، المدارة من قبل جامعة كورنيل (Cornell University). إن السير فلورنتن هو من وضع نظرية ديزرت- سمارانداكه (Dezert-Smarandache theory) في موضوع الانشطار المعلوماتي وهو احد مواضيع الرياضيات التطبيقية ، جنبا إلى جنب مع الدكتور J. Dezert من فرنسا هذه النظرية معروفة دوليا لأنها قد تم استخدامها في مجال الروبوتات، الطب، والعلوم العسكرية، وعلم التحكم الآلي، وللمهتمين من ذوي الاختصاص نجد انه سنويا ومنذ عام ٢٠٠٣ تتم دعوة السير فلورنتن لتقديم محاضرات وأوراق علمية حول موضوع الانشطار المعلوماتي في مؤتمرات دولية منها في أستراليا (٢٠٠٣)، السويد (٢٠٠٤)، الولايات المتحدة الأمريكية (٢٠٠٥)، إيطاليا (٢٠٠٦)، كندا (٢٠٠٧)، ألمانيا (٢٠٠٨)، في إسبانيا (٢٠٠٦)، بلجيكا (٢٠٠٧)، وفي جامعات أخرى مثل إندونيسيا عام ٢٠٠٦ للمزيد يمكن الرجوع للموقع

(<http://fs.gallup.unm.edu/DSmT.htm>) إذ صمم هذا الموقع ويقوم على ادارته وصيانته السيد فلورنتن بنفسه.

دعي كمتكلم برعاية وكالة ناسا في عام ٢٠٠٤ ومن قبل حلف شمال الاطلسي عام ٢٠٠٥، نشرت بحوثه في وقائع هذه المؤتمرات. وقد صوب العديد من أطاريح الدكتوراه في جامعات مثل كندا، وفرنسا، وإيطاليا، وإيران.

في البنى الجبرية السمارانداكية نجد مفردات جبرية مهمة مثل المونويدات، أشباه الزمر، فضاء المتجهات، الجبر الخطي، وغيرها وحاليا يتم تدريسها للطلاب في المعهد الهندي للتكنولوجيا في جينايا، تامليل نادو، الهند، وما زالت هناك أطاريح للدكتوراه تحت إشراف الدكتورة (فاسانثا كانداسامي) ، التي تعد إحدى المشاركات في العديد من الدراسات للبنى الجبرية النيوتروسوفية (انظر الرابط <http://fs.gallup.unm.edu/algebra.htm>).

من اعماله المرموقة في الرياضيات أنه قام بتأسيس وتطوير المنطق النيوتروسوفي ، المجاميع النيوتروسوفية، الاحتمالية والاحصاء النيوتروسوفي، والتي هي تعميمات للمنطق الضبابي والمنطق الضبابي الحدسي، وللمجاميع الضبابية (نخص بالذكر المجاميع الضبابية الحدسية).

لقد أختار هذا العالم تسمية منطقة الرياضياتي الجديد بأسم ( المنطق النيوتروسوفي ) ، إذ أن أصل هذه الكلمة يعود ل النيوتروسوفيا Neutro- sophy وهي كلمة مؤلفة من مقطعين، الاول Neutro باللاتينية ، وبالفرنسية تلفظ Neutre وهي تعني (محايد Neutral) . المقطع الثاني للكلمة Sophia وهي كلمة يونانية تعني ( حكمة Skill/ Wisdom)، ومن ثم يصبح معنى الكلمة بمجملها " معرفة الفكر المحايد " . ( للمزيد عن ذلك أنظر كتاب الفلسفة العربية من منظور نيوتروسوفي/ صلاح عثمان و فلورنتن سمارانداكه).

وكان متحدثاً في جامعة بيركلي عام ٢٠٠٣ في مؤتمر نظمه الاستاذ الشهير الدكتور لطفي زادا أبو المنطق الضبابي . ودعي أيضا في الهند (٢٠٠٤)، اندونيسيا (٢٠٠٦)، مصر (٢٠٠٧). وهناك أطروحتي دكتوراه عنهما في جامعة ولاية جورجيا في أتلانتا، وفي جامعة كوينزلاند في أستراليا (انظر الرابط <http://fs.gallup.unm.edu/neutrosophy.htm>).

إن المفاهيم السمارانداكية في نظرية الأعداد معروفة عالميا، مثل متسلسلات سمارانداكه، دوال سمارانداكه، وثوابت سمارانداكه ( وهي موجودة في الموقع المرموق " موسوعة CRC للرياضيات"، فلوريدا ١٩٩٨؛ أنظر الرابط <http://mathworld.wolfram.com>). توجد العديد من الدوال السمارانداكية في " كتاب لنظرية الأعداد"، نشر في دار النشر المرموقة Springer-Verlag، عام ٢٠٠٦، ومن كتبه القيمة " الاعداد الاولى في المنظور الحسابي" الطبعة الثانية نشرت في نفس دار النشر أنفة الذكر للعام ٢٠٠٥ .

للاطلاع على مؤلفات علمية أخرى للدكتور فلورنتن سمارانداكه سواء في نظرية الأعداد أو في التوافقيات، والتي نشرت في جامعة Xi'an في الصين من خلال المجلة الدولية

" Scientia Magna " (انظر عددها الأخير على الرابط التالي:

( <http://fs.gallup.unm.edu/ScientiaMagna4no3.pdf> )

والأكاديمية الصينية للعلوم في بكين ، "المجلة الدولية للرياضيات التوافقية" (انظر عددها الأخير في: <http://fs.gallup.unm.edu/IJMC-3-2008.pdf> ).

لقد تم في العام ١٩٩٧ تنظيم مؤتمر دولي حول المفاهيم السمارانداكية في نظرية الاعداد بجامعة كرايوفا، رومانيا (حيث تخرج منها في دراسته الجامعية الاولى وكان الاول على دفعته عام ١٩٧٩)، ( أنظر الرابط

( <http://fs.gallup.unm.edu/ProgramConf1SmNot.pdf> ).

إن العديد من هذه المؤتمرات تم تصنيفها من قبل المجلة العلمية المرموقة " Notice of the American mathematical Society"، أنظر على سبيل المثال وقائع المؤتمرات الدولية منذ ٢٠٠٥ - ٢٠٠٨ على الرابط التالي:



(<http://fs.gallup.unm.edu//ScientiaMagna4no1.pdf>)

وهو محرر المجلة الدولية " Progress in Physics "، والتي تطبع وتحرر في جامعة نيو مكسيكو UNM ، مع مساهمين دوليين وجهات راعية تمثلها عدة معاهد للابحاث النووية من جميع أنحاء العالم. لرؤية إحدى إصداراتها أنظر الرابط

( <http://fs.gallup.unm.edu//PP-03-2008.pdf> ) .

أما في الفيزياء قام بصياغة مفهوما جديدا يدعى اللامادة "unmatter"، وأظهر سيناريو التناقضات الكمومية باستخدام المنطق النيوتروسوفي (وهو منطق متعدد القيم ) لتوسيع الفضاءات الفيزيائية، كما وسع المعادلات التفاضلية الفيزيائية من الصيغ الرباعية الى صيغ رباعية ثنائية.

أنظر الرابط (<http://fs.gallup.unm.edu//physics.htm>) .

في الاقتصاد كتب مع Vector Christianto حول الثقافة الاقتصادية كبدايل للبلدان المتخلفة، واقتراح نظرية المراكز التجارية المتعددة. أنظر الرابط

( <http://fs.gallup.unm.edu//economics.htm> ) .

في الفلسفة قدم تراكيب من عدة أفكار فلسفية متناقضة ومدارس فكرية، ووسع جدليات الفيلسوف الالمانى هيغل إلى النيوتروسوفيا، وهو ما يعني تحليل ليس فقط الأضداد ولكن المركبات المحايدة بين هذه الاضداد. أنظر الرابط

( <http://fs.gallup.unm.edu//neutrosophy.htm> ) .

في الادب يعد مؤسسا لمدرسة المفارقات ما يعني الحركة المعاصرة القائمة على الاستخدام المفرط للمتناقضات في التخليق والتي وضع اسسها عام ١٩٨٠ في رومانيا. و نشر دوليا خمسة مقتطفات أدبية دولية عن المفارقات، للمزيد أنظر الرابط

( <http://fs.gallup.unm.edu//a/Paradoxism.htm> ) .

فيما يتعلق بالأطر الجديدة للمفارقات نلاحظ انه قدم:

- أنواع جديدة من الشعر بأشكال ثابتة.
- أنواع جديدة من القصة القصيرة.
- أنواع جديدة من الدراما.
- وأنواع جديدة من الخيال العلمي في النثر.

ويمكن تحميل كتب حول هذه المواضيع من الموقع التالي :

( <http://fs.gallup.unm.edu//eBooks-otherformats.htm> ) .

وله تجارب أدبية لغوية في مجلد بعنوان: "معجم فلورنتين" (٢٠٠٨)، له دراما مناهضة للدكتاتورية بعنوان "بلد الحيوانات"، وهي دراما صامتة! عرضت في المهرجان الدولي للمسرح الطلابي، بالدار البيضاء (المغرب)، بتاريخ ٢١-٠١-١٩٩٥ وتلقى هذا العمل جائزة خاصة من لجنة التحكيم. كما وعرض هذا العمل مرة أخرى في ألمانيا بتاريخ ٢٩ سبتمبر ١٩٩٥. أنظر الرابط لبعض أعماله المسرحية

(<http://fs.gallup.unm.edu/a/theatre.htm>).

تعهد بتوحيد النظريات في الفن أنظر الرابط

(<http://fs.gallup.unm.edu/a/oUTER-aRT.htm>).

وتوجد في جامعة ولاية أريزونا، مكتبة هايدن، جمع كبير من الكتب والمجلات والمخطوطات والوثائق والأقراص المدمجة وأقراص الفيديو الرقمية وأشرطة الفيديو عن أعماله، وله مجموعة خاصة أخرى في جامعة تكساس في أوستن، أرشيف الرياضيات الأمريكي (داخل مركز التاريخ الأمريكي). موقعه على شبكة الإنترنت:

<http://fs.gallup.unm.edu>

لهذا الموقع حوالي ربع مليون زائر شهريا! وهو أكبر وأكثر موقع تتم زيارته في الحرم الجامعي لجامعة نيومكسيكو غالوب. فضلا عن وجود دليل المكتبة الرقمية للعلوم في الرابط التالي:

(<http://fs.gallup.unm.edu/eBooks-otherformats.htm>).

مع العديد من الكتب والمجلات العلمية المنشورة التي تظهر إبداعاته العلمية، ولها حوالي ١٠٠٠ زيارة يوميا!.

ويملك مكتبة رقمية للفنون والآداب إذ تضم العديد من كتبه، و ألبوماته الأدبية والفنية الابداعية، ولهذا الموقع نحو ١٠٠ زيارة في اليوم. أنظر الرابط

(<http://fs.gallup.unm.edu/eBooksLiterature.htm>)

أصبح السير فلورنتين ذو شعبية كبيرة في جميع أنحاء العالم إذ أن أكثر من ٣,٠٠٠,٠٠٠ شخص سنويا من حوالي ١١٠ بلدا يقومون بقراءة وتحميل كتبه الإلكترونية؛ وحازت كتبه الآلاف من الزيارات شهريا.

## الفصل الاول

### التمهيد

## (المفهوم النيوتروسوفي في حساب التفاضل والتكامل)

### ١.١ - نظرة عامة

النيوتروسوفيك يعني دراسة الافكار والمفاهيم التي لا تكون صحيحة ولا خاطئة ، لكن بين ذلك، وهذا يعني (الحياد ، اللاتعيين (اللاتحديد) ، اللاموضوح ، الغموض ، المبهم ، اللاتمام ، التناقض، وغيرها)، وإن كل حقل من حقول المعرفة تملك جزئها النيوتروسوفي ذلك الجزء الذي يحوي اللاتعيين، إذ تمت ولادة المنطق النيوتروسوفي، والمجموعة النيوتروسوفكية، والاحتمالية النيوتروسوفكية ، والاحصاء النيوتروسوفي ، والقياس النيوتروسوفي ، والحساب التمهيدي للتفاضل والتكامل النيوتروسوفي ، وحساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي...الخ.

فضلا عن وجود انواع عديدة من اللاتعيين – وهذا ما يبين لنا: لماذا النيوتروسوفيك يمكنه ان يتطور بطرق مختلفة؟.

### ٢.١ - المقدمة

الجزء الاول من هذا الكتاب يركز على تقديم مبادئ علم التفاضل والتكامل النيوتروسوفي لاسيما دراسة الدوال النيوتروسوفية، فمثلا الدالة  $f: A \rightarrow B$  هي دالة نيوتروسوفكية تملك بعض اللاتعيين (اللاتحديد) مع الأخذ بنظر الاعتبار تعريف منطلقها إلى مداها ، أو إلى العلاقة التي تشترك فيها عناصر من  $A$  مع عناصر من  $B$ . كحالات خاصة، فقد قمنا بتقديم الدالة الاسية النيوتروسوفكية والدالة اللوغاريتمية النيوتروسوفكية ، وتكون الدالة المعكوس النيوتروسوفكية التي هي معكوسا للدالة النيوتروسوفكية. وبالمثل فان النموذج النيوتروسوفي هو نموذج له بعض اللاتعيين (اللاتحديد) (المبهم ، اللاتأكد، الغموض ، اللاتمام ، التناقض، وغيرها).

الجزء الثاني من هذا الكتاب يركز على حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي ، والتي تم من خلالها دراسة الغايات النيوتروسوفكية والاشتقاقات والتكاملات النيوتروسوفكية.

نحن نقدم ولأول مرة مفاهيم شبه الغاية ، وشبه الاستمرارية ، وشبه المشتقة ، وشبه التكامل<sup>(١)</sup> إلى جانب التعاريف التقليدية للغاية ، والاستمرارية ، والاشتقاق والتكامل تباعاً . ويمكن لعلم مبادئ التفاضل والتكامل النيوتروسوفي، وعلم حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي يمكن لهما ان يتطوران بطرق عديدة ، ويعتمد اختيار طريقة التعامل مع مشكلة ما ذات لا تحديد على انواع اللاتحديد الذي تملكه كل مشكلة حسب تطبيقاتها .

نقدم في هذا الكتاب، بعض الامثلة لـ (اللاتعيينات أو اللاتحديدات ) وطرق متعددة للتعامل مع هذه اللاتعيينات الخاصة ، لكن هناك العديد من اللاتحديدات الاخرى الموجودة في حياتنا اليومية والتي يجب دراستها واعادة حلها باستخدام طرق مشابهة نفسها او باستخدام طرق اخرى مختلفة اخرى مختلفة، ولذلك فانه يجب اجراء دراسات بحثية متقدمة اكثر في الحقل النيوتروسوفي .

### ٣.١ - الفروق بين تحليل الفترة ، وتحليل المجموعة ، والتحليل النيوتروسوفي

#### ملاحظة

سيتم في هذا الكتاب اعتماد سناخذ في الاعتبار الفترة  $[a, b] = [b, a]$  في الحالة التي لا نعلم فيها كون ايا من  $a$  او  $b$  هو الاكبر ، او تلك الحالة التي تملك فيها الفترة غايات متفاوتة من اليمين ومن اليسار بالصيغة  $[f(x), g(x)]$  ، حيث نجد انه لبعض القيم الاكيدة من  $(x)$  تكون  $f(x) < g(x)$  ولقيم اخرى لـ  $(x)$  تكون  $f(x) > g(x)$  .

#### تحليل الفترة

في تحليل الفترات (او حساب الفترات) تكون العناصر عبارة عن فترات بدلا من الأرقام التقليدية المتعارف عليها ، والمقصود من دراسة تحليل الفترة هو تقريب بالزيادة والنقصان للاخطاء والنتيجة عن العمليات الحسابية وعلى ذلك فان الخطأ يتم تحديده (احاطته) بالفترة المغلقة.

#### تحليل المجموعة

في التعريف السابق لتحليل الفترة إذا قمنا باستبدال الفترات المغلقة بمجموعات التي كانت بشكل فترات سنحصل على تعريف تحليل المجموعة (او حساب المجموعة) .

على سبيل المثال ، لتكن  $h$  دالة مجالها ومجالها المقابل عبارة عن مجموعات او فترات او اعداد تقليدية وكما يلي

$$h: P(R) \rightarrow P(R) \quad (1)$$

<sup>(١)</sup> From the Greek μέρος, 'part'. It is also used to define the theory of the relations of part to whole and the relations of part to part within a whole (mereology), started by Leśniewski, in "Foundations of the General Theory of Sets" (1916) and "Foundations of Mathematics" (1927-1931), continued by Leonard and Goodman's "The Calculus of Individuals" (1940),

حيث ان  $R$  هي مجموعة كل الاعداد الحقيقية ، و  $P(R)$  هي مجموعة القوى لـ  $R$ .

$$h(\{1, 2, 3\}) = \{7, 9\}, h([0, 1]) = (6, 8), h(-3) = \{-1, -2\} \cup (2.5, 8], h([x, x^2] \cup [-x^2, x]) = 0. \quad (2)$$

وعلى ذلك فان تحليل المجموعة يعد تعميما لتحليل الفترة.

### التحليل النيوتروسوفي (او الحساب النيوتروسوفي)

يمكن اعتبار التحليل النيوتروسوفي تعميما لكلا التحليلين السابقين ( تحليل الفترة وتحليل المجموعة)، حيث ان التحليل النيوتروسوفي يتعامل مع كل انواع المجموعات (ليس فقط الفترات) ، فضلا عن تلك الحالة عندما يكون هناك بعض اللاتعيين (علما ان اللاتعيين (اللاتحديد)) قد يكون في المجموعات او الدوال او في مفاهيم اخرى معرفة على هذه المجموعات).

عندما نتعامل مع العناصر كمجاميع بدون وجود اللاتحديد ، عندها سيكون التحليل النيوتروسوفي مطابقا لتحليل المجموعة، ولو تم التعامل مع العناصر بشكل فترات فقط بدلا من المجموعات ولم يكن هناك لا تعيين عندها سيكون التحليل النيوتروسوفي مطابق لتحليل الفترة، هذا وإن كان هنالك بعض اللاتعيين ، عند استخدام الفترات او عند استخدام المجموعات سيتحول التحليل عندئذ الى تحليل نيوتروسوفي

### امثلة حول التحليل النيوتروسوفي

مبدأ حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي وحساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي يختلفان عن تحليل المجموعة ، لانهما يستخدمان اللاتعيين (اللاتحديد) . كمثال، دعونا ننظر الدوال التالية:

$$f_1(0 \text{ or } 1) = 7. \quad (3)$$

هنالك لاتعيين خاص بمجال الدالة أي اننا غير متأكدين فيما اذا كانت وكمثال اخر الدالة

$$f_1(0) = 7 \text{ or } f_1(1) = 7$$

$$f_2(2) = 5 \text{ or } 6$$

هنالك لاتعيين خاص بالمجال المقابل للدالة وهكذا نحن لسنا متأكدين هل

$$f_2(2) = 5 \text{ or } f_2(2) = 6. \quad (4)$$

وبصورة اكثر تعقيدا  $f_3(-2 \text{ or } -1) = -5 \text{ or } 9$ .

هنالك لاتعيين خاص بكلا المجال والمجال المقابل للدالة . أي ان

$$f_3(-2) = -5, \text{ or } f_3(-2) = 9, \text{ or } f_3(-1) = -5, \text{ or } f_3(-1) = 9. \quad (5)$$

وبصورة عامة فأن

$$f_{m,n}(a_1 \text{ or } a_2 \text{ or } \dots \text{ or } a_m) = b_1 \text{ or } b_2 \text{ or } \dots \text{ or } b_n. \quad (6)$$

إن الدوال أعلاه والتي امتلكت هذا النوع من اللاتحديد تختلف عن الدوال التي رأيناها في معادلة (١) و (٢) والتي كان مجالها ومجالها المقابل عبارة عن مجاميع او فترات اكيدة خالية من اللاتحديد.

### امثلة في تحليل المجموعة

الدالة  $f_1: R \rightarrow R$  تختلف في مجالها عن دالة المجموعة التالية:-

$$g_1: R^2 \rightarrow R, \text{ where } g_1(\{0, 1\}) = 7. \quad (7)$$

كذا نجد ان الدالة  $f_2: R \rightarrow R$  تختلف في مجالها المقابل

$$g_2: R \rightarrow R^2, \text{ where } g_2(2) = \{5, 6\}. \quad (8)$$

ايضا نرى  $f_3: R \rightarrow R$  تختلف في مجالها ومجاله المقابل حيث

$$g_3: R^2 \rightarrow R^2, \text{ where } g_3(\{-2, -1\}) = \{-5, 9\}. \quad (9)$$

وكحالة عامة فان الدالة  $f_{m,n}: R \rightarrow R$  تختلف في مجالها ومجاله المقابل حيث عن الدالة

$$g_{m,n}: R^m \rightarrow R^n$$

$$g_{m,n}(\{a_1, a_2, \dots, a_m\}) = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}. \quad (10)$$

ومن الحقائق المعروفة ان أي مجموعة يمكن أن تكون محتواة في فترة مغلقة ، ومع ذلك فان التعامل مع الفترات الاوسع يكون اصعب من التعامل مع المجاميع الضيقة حيث يعطى نتائج عامة ، بل الاكثر من ذلك فانها تكون غير دقيقة. والطريقة النيوتروسوفية التي تستخدم مجموعات اصغر محتواه داخل فترات ، هي طريقة اكثر دقة من تحليل الفترة.

### امثلة في تحليل الفترة

نستطيع القول ان التحليل النيوتروسوفي يتعامل مع المجاميع التي تحوي لا تحديد، مثال ذلك نجد العنصر  $x(t,i,f)$  ينتمي بشكل جزئي للمجموعة  $S$  وايضا العنصر نفسه لا ينتمي بشكل جزئي للمجموعة  $S$  ومن جهة اخرى فان هذا العنصر يحمل بعض اللاتحديد حيث تكون درجة انتماء العنصر  $x$  في المجموعة  $S$  غير محدد ، نقصد بذلك اننا لا نملك ادنى فكرة عما اذا كان عنصر معين مثل  $y(0,1,0)$  ينتمي أو لا ينتمي الى المجموعة (تمام اللاتعيين)؟ ، او قد تعني انه يوجد عنصر ينتمي الى المجموعة  $S$  ولكننا لا نستطيع تحديد طبيعتها .ان كلا من تحليل الفترة وتحليل المجموعة عاجزين عن التعامل مع هذا النوع من الانتماء.

نفرض ان لدينا الفترة التالية  $[0, 5]_{(0.6, 0.1, 0.3)}$  حيث ان العدد  $5_{(0.6, 0.1, 0.3)}$  ينتمي جزئيا بدرجة (0.6) للفترة  $L$  ، وفي الوقت نفسه لا ينتمي بشكل جزئي للفترة  $L$  بدرجة (0.3) ، كما يكون للعدد 5 درجة لانحديد في الانتماء الى  $L$  بقيمة (0.1).

$L \neq [0, 5]$  و  $L \neq [0, 5]$  . وفي الحقيقة فان  $L$  تقع بين الفترتين.

اي ان .

$$[0, 5] \subset L \subset [0, 5] \quad (11)$$

ذلك لان العنصر 5 لا ينتمي الى الفترة  $[0, 5]$  ، كما ان انتماؤه يكون جزئيا للفترة  $[0, 5]_{(0.6, 0.1, 0.3)}$  وبالتأكيد ينتمي الى الفترة  $[0, 5]$  . وعلى ذلك تكون الفترة  $L$  هي جزءا من التحليل النيوتروسوفي وليس تحليل الفترات.

عزيزي القارئ ، لاحظ الدوال التالية

$$k_1([0, 5]) = [-4, 6], \text{ or } k_2([-2, -4]) = [0, 5], \quad (12)$$

الدوال  $k_1$  و  $k_2$  ينتميان لتحليل الفترة . اما الدوال

$$k_3([0, 5]_{(0.6, 0.1, 0.3)}) = [-4, 6], \text{ or } k_4([-2, -4]) = [0, 5]_{(0.6, 0.1, 0.3)}, \quad (13)$$

فهي بدون شك تنتمي الى التحليل النيوتروسوفي ،

إن الدالة النيوتروسوفية  $f: A \rightarrow B$  هي الدالة التي تملك بعض اللاتعيين (الاتحديد) مع الأخذ بنظر الاعتبار تعرف مجالها الى مجالها المقابل ، او الى علاقتها التي تُشرك بها عناصر من  $A$  مع عناصر من  $B$  ، او مع الأخذ بنظر الاعتبار اثنان أو ثلاثة من الاعتبارات اعلاه معا .

في تحليل الفترة يتم فقط دراسة الدوال المعرفة على فترات ، والتي قيمها فترات ايضا في حين انها خالية من اللاتعيين (الاتحديد) . لذلك ، نجد ان التحليل النيوتروسوفي اكثر عمومية من تحليل الفترة . ايضا، ان التحليل النيوتروسوفي يتعامل مع اللاتعيين مع الأخذ بنظر الاعتبار مجال الدالة ، مجالها المقابل ، او كلاهما . خذ مثلا الدوال النيوتروسوفية التالية :-

$$e: \mathbb{R} \cup \{I\} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{I\}, e(2 + 3I) = 7 - 6I \quad (14)$$

أذ ان المركبة  $I$  تمثل اللاتعيين (الاتحديد)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(4 \text{ or } 5) = 7 \quad (15)$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(0) = -2 \text{ or } 3 \text{ or } 7; \quad (16)$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(-1 \text{ or } 1) = 4 \text{ or } 6 \text{ or } 8 \quad (17)$$

$$k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, k(x) = x \text{ and } -x; \quad (18)$$

في الدالة  $k$  يفشل اختبار المستقيم العمودي التقليدي للمنحنيات التي تمثل دوال تقليدية.

$$l: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, l(-3) = \text{maybe } 9. \quad (19)$$

اذن لدينا تحليل الفترة  $\supset$  تحليل المجموعة  $\supset$  التحليل النيوتروسوفي

### التوتر المتساوي

ان مفهوم ايلاج التوتر المتساوي لتحليل الفترة يمكن تطبيقه على تحليل المجموعة والتحليل النيوتروسوفي . وهكذا ، لو كان الرمز  $\odot$  يمثل عملية جمع او طرح او ضرب او قسمة المجموعات وكانت  $A, B, C, D$  اربع مجاميع بحيث ان  $A \subseteq C$  and  $B \subseteq D$  فان

$$A \odot B \subseteq C \odot D. \quad (20)$$

البرهان اولي ومباشر لتحليل الفترة .

فكما يلي لنفرض ان  $x \in A \odot B$  عندئذ توجد  $a \in A$  and  $b \in B$  بحيث ان

$x = a \odot b$  . بما ان  $a \in A$  and  $A \subseteq C$  فان  $a \in C$  بطريقة مشابهة لدينا

$b \in D$  يعني  $b \in B$  and  $B \subseteq D$

وبالتالي فان  $x = a \odot b \in C \odot D$

ان البرهان اعلاه يكون صحيحا في التحليل النيوتروسوفي لكن يجب على القارئ ان ياخذ بنظر الاعتبار تضمين واحدة من العمليات الحسابية النيوتروسوفية مثلا وكما يلي المركبات النيوتروسوفية الهشة (التقليدية)  $t, I, f$  لدينا المجموعة النيوتروسوفية  $M$  محتواه في المجموعة النيوتروسوفية  $N$  اذا تحقق ما يلي

لاي عنصر  $x(t_M, i_M, f_M) \in M$  تكون  $x(t_n, i_n, f_n) \in N$  مع ملاحظة ان

$$t_M \leq t_N, i_M \geq i_N, \text{ and } f_M \geq f_N$$

### الاستنتاج

ان هذا البحث مشابه لنموذج تلك البحوث التي انجزت في الاحتمالية النيوتروسوفية عام (٢٠١٣) والاحصاء النيوتروسوفي سنة (٢٠١٤) من المصادر التي ستجد بعضها في ادناه .

### المصادر

1. Florentin Smarandache, Introduction to Neutrosophic Measure, Neutrosophic Integral, and Neutrosophic Probability, Sitech & Educational, Craiova, Columbus, 140 p., 2013.
2. Florentin Smarandache, Introduction to Neutrosophic Statistics, Sitech and Education Publisher, Craiova, 123 p., 2014.
3. Ramon E. Moore, R. Baker Kearfott, Michael J. Cloud, Introduction to Interval Analysis, Society of Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2009.
4. Dilwyn Edwards and Mike Hamson, Guide to Mathematical Modelling, CRC Press, Boca Raton, 1990.



## ٤.١ – المقاييس الهندسية الأولية غير المعينة

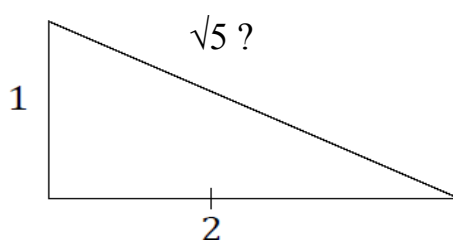
ان الرياضيات بتعبير غير معين يسمى الحساب النيوتروسوفي. المعنى الحقيقي لـ اللاتعيين (اللاتحديد) هو عدم الدقة ، عدم الوضوح ، المبهم ، اللاتمام غير متناسق (متنافر) ، معلومات متناقضة. بينما الحساب التقليدي يصف ديناميكية عالما ، نجد أن الحساب النيوتروسوفي يصف اللاتعيين (النيوتروسوفيك) في هذه الديناميكية. الحساب التقليدي يتعامل مع مفاهيم مثل (الميل ، خط المماس ، طول القوس ، (المركز) نقطة التمرکز ، درجة الانحناء والتقوس ، المساحة ، الحجم ، كذا السرعة والتعجيل) كمقاييس مضبوطة.

علما انه في حياتنا اليومية هنالك حالات عديدة نتعامل فيها مع مقاييس تقريبية. الحساب التمهيدي النيوتروسوفي اكثر ثباتا وهو يتحدث عن الغموض الساكن او الامور المبهمة الثابتة. في الحساب النيوتروسوفي يتم التعامل مع الافكار التي تملك لا تعيين واكثر من ذلك ، اللاتعيين (اللاتحديد) وعدم التوفيق ، والتعميمات التي يمكن نقلها من عملية الى اخرى.

كمخلص لما ذكر اعلاه في العالم المثالي (المجتمع المثالي) توجد دوافع (مقاصد) وافكار مثالية التي فيها يتم استخدام حساب التفاضل والتكامل التقليدي.

مثلا ، نجد ان التقوس في الدائرة المثالية ذات نصف القطر  $r > 0$  هو عدد ثابت (يساوي  $1/r$ ) بينما بالنسبة للدائرة غير المثالية فان انحنائها يمكن تمثيله بفترة محتواه في  $(1/r - \varepsilon, 1/r + \varepsilon)$  ، والذي يمثل جوار العدد  $1/r$  حيث  $\varepsilon > 0$  وهو رقم صغير (دقيق).

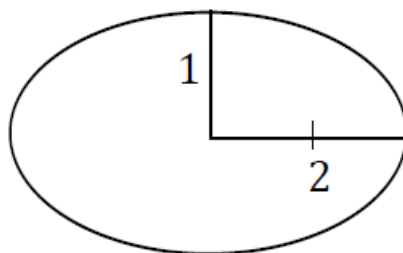
في المثلث المثالي قائم الزاوية ذو الاضلاع  $2\text{ cm}$  ،  $1\text{ cm}$  يكون الوتر مساويا لـ  $\sqrt{5}\text{ cm}$  على أي حال نجد انه في عالمنا غير المثالي لا نستطيع رسم قطعة المستقيم يساوي بالضبط  $\sqrt{5}$  لان العدد  $\sqrt{5}$  هو عدد غير نسبي يملك عدد لا نهائي من الارقام العشرية لذا نحن بحاجة الى تقريبها الى بعض الارقام العشرية ...  $\sqrt{5} = 2.23606797$



شكل (١)

ان مساحة القطع الناقص المثالي هو  $A = \pi ab$  ، ان  $2a$  و  $2b$  (علما ان  $a > b$ ) هما المحورين الاساسي والفرعي للقطع الناقص على التوالي ، نلاحظ اننا نستطيع تمثيل هذا القطع بدقة لان  $\pi$  عدد متسام (transcendental number) (أي انه لا يمثل حلا لمعادلات بمتعددة حدود ذات معاملات معقولة) كما ولدينا عدد لانهائي من الارقام العشرية .

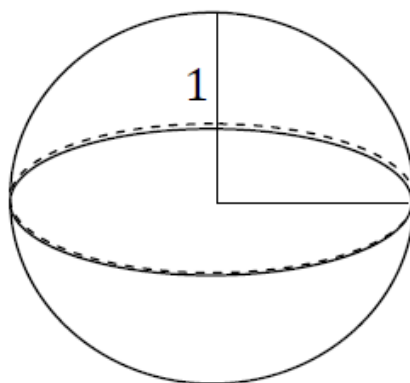
افرض  $a = 2\text{ cm}$  و  $b = 1\text{ cm}$  ستكون مساحة القطع  $A = 2\pi = 6.2831 \dots \text{ cm}^2$



شكل (٢)

لكننا لا نستطيع ان نضمن بالضبط المساحة داخل هذا القطع الناقص لان ... 6.2831 لا يعتبر رقما مضبوطا . بذلك، فنحن نعمل بشكل تقريبي (غير دقيق ، غير معين).

وبشكل مشابه ، بالنسبة لحجم الكرة المثالي  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  إذ إن نصف القطر هو  $r$  عندما  $r = 1 \text{ cm}$  عندئذ فان  $V = \frac{4}{3}\pi = 4.1887 \dots \text{cm}^3$  وهو عدد متسامٍ له عدد لانتهائي من المراتب العشرية . وهكذا فنحن غير قادرين على الحصول على حجم الكرة في ادناه .



شكل (٣)

والحجم يساوي  $4.1887 \dots \text{cm}^3$

## ٥.١ – قوانين فيزيائية غير معينة

ان التطبيقات الفيزائية للنيوتروسوفيك جلية للعيان ، إذ إن العديد من القوانين الفيزيائية معرفة في نظم مغلقة حادة (النظم المثالية)<sup>(٢)</sup> علما ان هذه النظم غير موجودة في عالمنا، في الحقيقة نحن نتعامل مع النظم المغلقة تقريبا فقط مما يؤدي الى حدوث فجوة تمكننا من استخدام النظرية النيوتروسوفكية (نظرية اللاتحديد). لهذا فان النظام قد يكون مغلق بمقدار  $t\%$  ( في اغلب الاحيان تكون  $t < 100$  ) له نسبة  $i\%$  من اللاتعيين في اغلاق هذا النظام او انفتاحه (closeness or openness) كما ان النظام يكون مفتوحا بمقدار  $f\%$  بالنتيجة ، فان قوانين الفيزياء النظرية قد يكون صحيحا في حياتنا العملية باقل من  $100\%$  وهكذا فان القانون يمكن ان يملك نسبة اخرى من اللاتعيين (كما في المنطق النيوتروسوفكي).

بين وجود وعدم وجود القانون النظري (الفكرة) في التطبيق العملي ، يمكن تضمين متوسطات – متعددة ، أي الحالات التي يكون فيها القانون النظري (الفكرة) موجود بشكل جزئي وغير موجود جزئيا ايضا.

---

<sup>(2)</sup> Fu Yuhua, “Pauli Exclusion Principle and the Law of Included Multiple-Middle”, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014.

## الفصل الثاني

### مبادئ التفاضل والتكامل النيوتروسوفي

#### ١.٢ - العمليات الجبرية للمجاميع

لتكن  $S$  و  $T$  مجموعتان  $\alpha \in \mathbb{R}$  هو أي قياسي عندئذ

$$\alpha \cdot S = \{\alpha \cdot s | s \in S\}; \quad (21)$$

$$S + T = \{s + t | s \in S, t \in T\}; \quad (22)$$

$$S - T = \{s - t | s \in S, t \in T\}; \quad (23)$$

$$S \cdot T = \{s \cdot t | s \in S, t \in T\}; \quad (24)$$

$$\frac{S}{T} = \left\{ \frac{s}{t} | s \in S, t \in T, t \neq 0 \right\} \quad (25)$$

#### ٢.٢ - العلاقات بين المجاميع الجزئية النيوتروسوفية

لتكن  $r$  علاقة مجموعة جزئية نيوتروسوفية لمجموعتين  $A$  و  $B$  نعرف  $r$  على أنها الزوج المرتب بالصيغة  $(S_A, S_B)$  إذ إن  $S_A$  مجموعة جزئية من  $A$  و  $S_B$  مجموعة جزئية من  $B$  مع بعض اللاتعيين (اللاتحديد).

إن العلاقة النيوتروسوفية  $r$  بالإضافة إلى وجود مؤكد للزوج المرتب  $(S_A, S_B)$  والذي ينتمي بدرجة 100% إلى  $r$  ربما يحوي أيضا زوج مرتب محتمل هو  $(S_C, S_D)$  حيث  $S_C$  مجموعة جزئية من  $A$  و  $S_D$  مجموعة جزئية من  $B$ ، والتي ربما يمكن ان تنتمي إلى  $r$  لكننا لا نعلم درجة انتمائها، او قد تنتمي وبشكل جزئي إلى  $r$  بقيمة نيوتروسوفية هي  $(T, I, F)$  حيث  $T < 1$  تعني درجة الالتحاق بـ  $r$ ، و  $I$  تعني درجة غير معينة من الالتحاق بينما  $F$  تعني درجة عدم الالتحاق بـ  $r$ .

#### مثال

$$r: \{0, 2, 4, 6\} \rightarrow \{1, 3, 5\}$$

$$r = \left\{ \begin{array}{l} (\{0, 2\}, \{1, 3\}), (\{4, 6\}, \{5\}), \\ ((\{6\}, \{1, 5\})_{(0.7, 0.1, 0.1)}, (\{2, 6\}, \{3, 5\})) \end{array} \right\} \quad (26)$$

حيث  $(\{0, 2\}, \{1, 3\})$  و  $(\{4, 6\}, \{5\})$  ينتميان بشكل اكيد إلى  $r$  بينما  $(\{6\}, \{1, 5\})$  انتمائه جزئي إلى  $r$  بنسبة 70% و 10% من اللاتعيين (اللاتعيين) لملحقة هذا العنصر إلى  $r$  كذلك 10% من عدم الانتماء إلى  $r$ ، وان  $(\{2, 6\}, \{3, 5\})$  هو زوج مرتب محتمل (ربما ينتمي إلى  $r$ ، لكننا لا نعلم باي درجة).

### ٣.٢- دالة المجموعة الجزئية النيوتروسوفكية

دالة المجموعة الجزئية النيوتروسوفكية  $f: \mathcal{P}(A) \rightarrow \mathcal{P}(B)$  هي علاقة مجموعة جزئية نيوتروسوفكية بحيث اذا كان هناك مجموعة جزئية  $S \subseteq A$  مع  $f(s) = T_1$  ،  $f(s) = T_2$  ، عندئذ  $T_1 \equiv T_2$  (ان ذلك يمثل اختبار المستقيم العمودي النيوتروسوفي الذي يتم توسيعه من المجال المقابل الهش الذي عناصره مجاميع ) .

وكحالة خاصة يمكن اعتبار ان العلاقة الهشة النيوتروسوفكية بين مجموعتين مثل  $A$  و  $B$  هي علاقة هشة تقليدية مع بعض اللاتعيين .

ان العلاقة النيوتروسوفكية الهشة ربما تحتوي زوج تقليدي مرتب واكيد مثل  $(a, b)$  علما ان  $a \in A$  و  $b \in B$  ، ايضا قد تحتوي زوج مرتب محتمل مثل  $(c, d)$  بحيث ان  $c \in A$  و  $d \in B$  ونقصد بالزوج المرتب المحتمل هو اننا غير متأكدين من امكانية وجود علاقة بين المركبتين  $c, d$  من عدمه ، او ربما توجد علاقة بين  $c, d$  لكن بنسبة معينة اقل من 100%، فمثلا العلاقة النيوتروسوفكية

$$r: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 6, 7, 8, 9\} \quad (27)$$

معرفة على رمز المجموعة كما يلي

$$\{(1, 5), (2, 6), (3, 7)_{[0.6, 0.1, 0.2]}, (3, 8)_?, (4, 9)_?\}$$

إذ أن الأزواج المرتبة  $(1, 5), (2, 6), (3, 7)$  بالتأكيد تنتمي الى  $r$  وبنسبة 100% بينما العنصر  $(3, 7)$  ينتمي الى  $r$  وبنسبة 60% وبنسبة 10% ملحقيتها غير معينة واخيرا فهي لا تنتمي الى  $r$  نسبة 30% ، وفيما يخص الأزواج المرتبة  $(3, 8)$  و  $(4, 9)$  لا نعلم شيئا عن امكانية ملحقيتهم لـ  $r$  (وقد يكون ممكنا).

### التعريف العام للعلاقة النيوتروسوفكية

يمكن صياغة العلاقة النيوتروسوفكية  $r: A \rightarrow B$  بوساطة ارتباطات بين مجاميع جزئية ولا تعيينات في  $A$  مع مجاميع جزئية ولا تعيينات في  $B$  .

ان التعريف الاخير بمثابة تعميم مضاعف للعلاقات التقليدية ،

اولا : لأنها بدلا من ان تربط عناصر في  $A$  مع عناصر من  $B$  نجد انها تربط مجاميع جزئية من  $A$  بمجاميع جزئية في  $B$  .

ثانيا : انها تملك بعض اللاتعيينات مترابطة او بعض الروابط لا تكون معروفة .

ان العلاقة النيوتروسوفكية ، والتي لا تمثل دالة نيوتروسوفكية ، يمكن تقييدها بعدة طرق لتحويلها الى دالة نيوتروسوفكية .

مثال ذلك، نفترض أن  $r(S) = T_1$  و  $r(S) = T_2$  بحيث  $T_1 \neq T_2$  يمكن توحيد ذلك كما يلي

$$\text{اما } f(S) = T_1 \text{ and } T_2 \text{ أو } f(S) = T_1 \text{ or } T_2 \text{ أو } f(S) = \{T_1, T_2\}$$

وبهذا نكون قد تعرفنا على الدالة النيوتروسوفكية ...

## ٤.٢ - الدالة الهشة النيوتروسوفكية

الدالة الهشة النيوتروسوفكية  $f: A \rightarrow B$  هي علاقة هشة نيوتروسوفكية بحيث لو وجد عنصر مثل  $a \in A$  مع  $f(a) = b$  و  $f(a) = c$  ، علما ان  $b, c \in B$  ، عندئذ  $b \equiv c$  . (هذا يمثل اختبار المستقيم العمودي التقليدي).

## ٥.٢ - الدالة النيوتروسوفكية العامة

الدالة النيوتروسوفكية العامة هي علاقة نيوتروسوفكية لا يفلح فيها اختبار المستقيم العمودي (او اختبار المستقيم العمودي ذو المجموعة الجزئية) ، وفي هذه الحالة الدالة النيوتروسوفكية العامة تتطابق مع العلاقة النيوتروسوفكية.

## ٦.٢ - الدالة النيوتروسوفكية الهشة (أي التي مجالها ومجالها المقابل مجاميع جزئية)

الدالة النيوتروسوفكية (الهشة او التي مجالها ومجالها المقابل مجاميع جزئية) هي بالعموم دالة تملك بعض اللاتعيين (اللاتحديد) . ومن الامثلة على ذلك

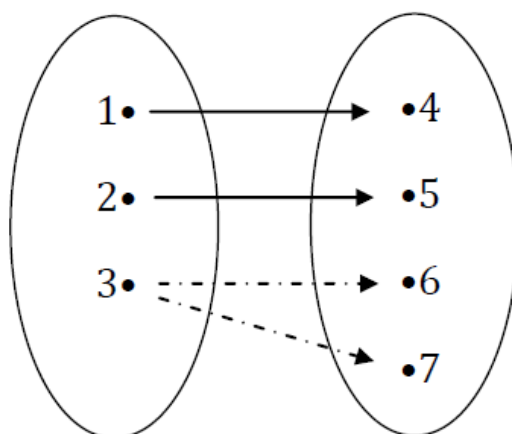
١- لنأخذ هذه الدالة

$$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7\} \quad (28)$$

$$f(1) = 4, f(2) = 5,$$

لكن  $f(3) = 6$  او  $7$  (نحن غير متأكدين)

لو تم تمثيل الدالة النيوتروسوفكية اعلاه بمخطط نيوتروسوفكي ، سيكون



مخطط (١) تمثيل بمخطط نيوتروسوفكي

ان الاسهم المنقطة في المخطط السابق تدل على اننا غير متأكدين فيما اذا كان العنصر 3 في المجال مرتبط بالعنصر 6 او العنصر 7 من المجال المقابل. كما نرى ، ان هذه الدالة النيوتروسوفكية لا تمثل دالة بالمفهوم التقليدي المتعارف عليه كذلك هي لا تمثل علاقة بالطريقة التقليدية.

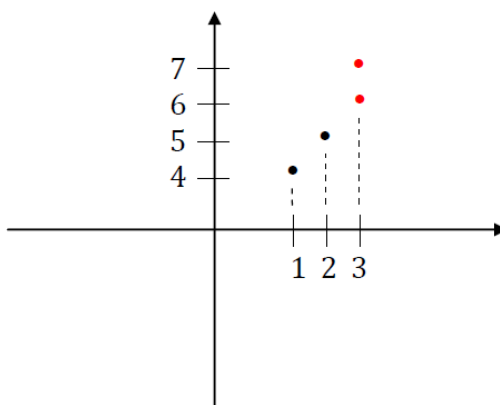
الان لو اردنا عمل مجموعة تمثل هذه الدالة النيوتروسوفكية سيكون لدينا  $\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (3, 7)\}$  حيث ان القيم داخل الحدود المنقطة تعني اننا غير

متأكدين من ان هذه العناصر تنتمي الى هذه المجموعة ام لا. ويمكننا وضع الأزواج (3, 6) و (3, 7) بلون احمر للانتباه وبتمثيل هذه الدالة في جدول سنحصل على ما يلي:-

x	1	2	3?	3?
f(x)	4	5	6?	7?

جدول (١)

ولو حاولنا تمثيل الدالة بيانيا سيكون الاتي:-



الرسم البياني (١)

ولو طورنا قليلا هذا المثال بالطريقة الاتية وهي أن القيمة 3 مرتبطة مع 7 جزئيا لنقل  $(3, 7)_{(0.6, 0.2, 0.5)}$ .

مما يعني أن 3 مرتبطة بـ 7 بنسبة 60% اما نسبة عدم وضوح الارتباط من عدمه فبلغ 20% ونلاحظ ان 3 غير مرتبطة بـ 7 بنسبة 50% .

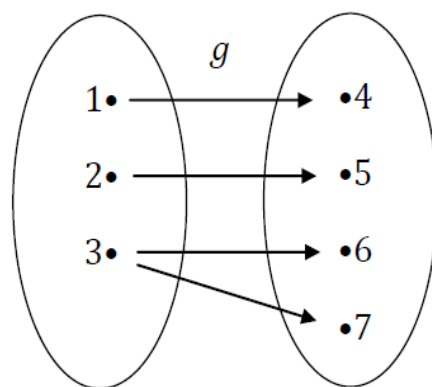
ان مجموع  $0.6 + 0.2 + 0.5 = 1.3$  اكبر من 1 لانه لدينا ثلاث مصادر تجهزنا بالمعلومات حول تأكيد الترابط أو اللاتعيين في الترابط من عدمه وبشكل مستقل باستخدام مقياس مختلف للحساب.

٢- سنطور مرة اخرى هذه الدالة النيوتروسوفكية وكما يلي

$$g: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5, 6, 7\} \quad (29)$$

$$g(1) = 4, g(2) = 5, \text{ but } g(3) = 6 \text{ and } 7.$$

الدالة النيوتروسوفكية g ليست دالة تدرس بطريقة كلاسيكية (تقليدية) ، (لأنه عند هذه الدالة يفشل اختبار المستقيم العمودي عند  $x = 3$ ) ، إن للدالة g اربع ترابطات (تمثيلات) كما في المخطط الاتي

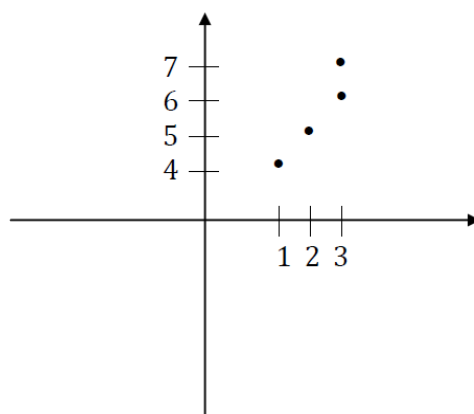


مخطط (٢)

$$\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (3, 7)\}$$

x	1	2	3	3
f(x)	4	5	6	7

جدول (٢)



الرسم البياني (٢)

مرة اخرى ، لوأعدنا تصميم الدالة  $g$  كما يلي

$$G: \{1, 2, 3\} \rightarrow \mathcal{P}(\{4, 5, 6, 7\}), \quad (30)$$

$$G(1) = 4, G(2) = 5, \text{ and } G(3) = \{6, 7\},$$

بذلك  $G$  تصبح دالة تقليدية ذو مجال مقابل بشكل مجموعة .

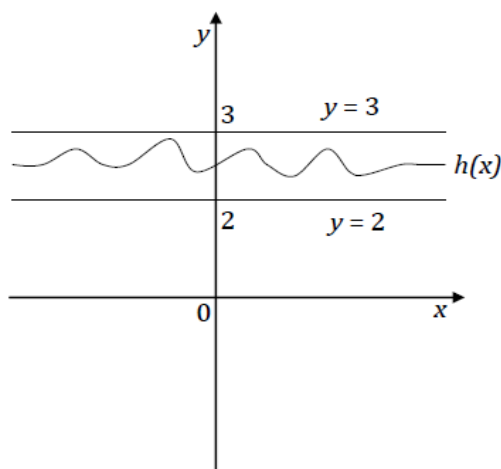
٣- دعنا عزيزي القارئ نتطرق الى طراز مختلف من الدوال النيوتروسوفكية

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad (31)$$

$$h(x) \in [2, 3], \text{ for any } x \in \mathbb{R}.$$



لذا فان الحقيقة الوحيدة التي نعلمها حول هذه الدالة انها مقيدة بالمستقيمين الافقيين  $y = 2$  و  $y = 3$



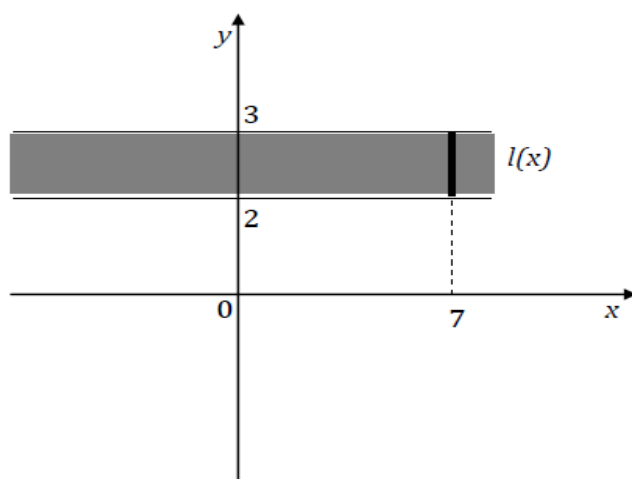
الرسم البياني (٣)

٤- بطريقة مشابهه ، نستطيع تطوير  $h(\bullet)$  لنحصل على الدالة النيوتروسوفكية الثابتة ( او دالة السُمك)

$$l: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}) \quad (32)$$

$$l(x) = [2, 3] \text{ for any } x \in \mathbb{R},$$

حيث  $P(R)$  تمثل مجموعة كل المجاميع الجزئية من  $R$  ، فمثلا  $l(7)$  هو ذلك المقطع الشريط العمودي للمستقيم  $[2,3]$  .



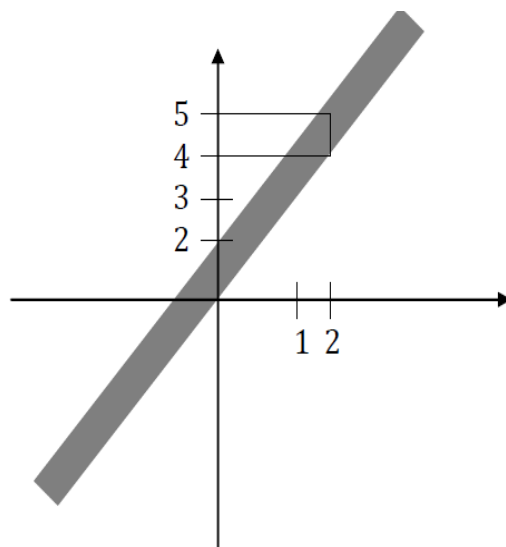
الرسم البياني (٤)

٥- دالة السُمك النيوتروسوفكية غير الثابتة (المتغيرة)

$$k: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}) \quad (33)$$

$$k(x) = [2x, 2x + 1]$$

وشكل هذه الدالة هو



الرسم البياني (٥)

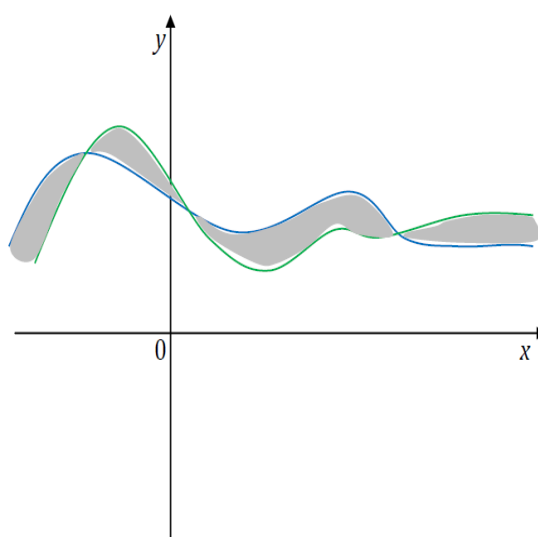
فمثلا  $k(2) = [2(2), 2(2) + 1] = [4, 5]$  .

٦- عموما ، نستطيع تعريف دالة السُمك النيوتروسوفكية كما يلي

$$m: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$$

(34)

$$m(x) = [m_1(x), m_2(x)]$$



الرسم البياني (٦)

وبالتالي فإن قوسي الفترة المغلقين قد يكونان فترة مفتوحة  $(m_1(x), m_2(x))$  ، او فترات شبه مفتوحة (شبه مغلقة)  $(m_1(x), m_2(x)]$  , or  $[m_1(x), m_2(x))$  ،

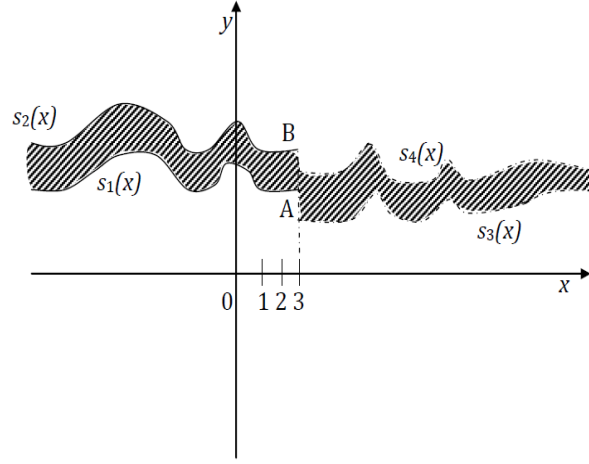
خذ مثلاً  $m(0) = [m_1(0), m_2(0)]$  بذلك نستطيع تحديد الدالة النيوتروسوفكية  $m(x)$  والشريط العمودي من مستقيم. ان الامثلة السابقة لدوال السمك النيوتروسوفكية هي في حقيقتها سطوح تقليدية في الفضاء  $\mathbb{R}^2$ .

٧- مثال عن دالة نيوتروسوفكية بجزئين

$$s: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}) \quad (35)$$

$$s(x) = \begin{cases} [s_1(x), s_2(x)], & \text{for } x \leq 3; \\ (s_3(x), s_4(x)), & \text{for } x > 3; \end{cases}$$

لاحظ الرسم البياني النيوتروسوفي لهذه الدالة .



الرسم البياني (٧)

وللمزيد لاحظ ان  $s(3) = [s_1(3), s_2(3)]$  يمثل ذلك المقطع (الشريط) العمودي المغلق للمستقيم  $[AB]$ .

وفي كل الامثلة السابقة نجد ان اللاتعيين قد ظهر في قيم الدالة. وبطبيعة الحال يمكن ان يظهر اللاتعيين في مجال الدالة او في كلا مجالها ومجالها المقابل كما هو ملاحظ فيما يلي.

٨- اللاتعيين (اللاتحديد) من خلال مجال الدالة

$$r: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 6, 7\} \quad (36)$$

$$r(1) = 5, r(2) = 6, r(3 \text{ or } 4) = 7$$

هنا لا نعلم اذا كانت  $r(4) = 7$  أو  $r(3) = 7$ .

ومثال اخر هو

$$t: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 6\} \quad (37)$$

$$t(1) = 5, \text{ but } t(2 \text{ or } 3 \text{ or } 4) = 6.$$

٩- اللاتعيين (اللاتحديد) في كلا المجال والمجال المقابل.

$$U: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 6, 7\} \quad (38)$$

$$U(1 \text{ or } 2) = 5 \text{ or } 6 \text{ or } 7,$$

والذي يعني

.U(1) = 5, or U(1) = 6, or U(1) = 7, or U(2) = 5, or U(2) = 6, or U(2) = 7;  
U(2 or 3 or 4) = 6 or 7.

مثال اخر

$$v_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}), v_1(x \text{ or } 2x) = 5x \quad (39)$$

إن الدالة النيوتروسوفكية الاخيرة باللاتعيين (اللاتحديد) في مجالها يمكن ان تؤول بطريقة اخرى : نلاحظ ان  $v_1(2x) = 5x$  تكافئ  $v_1(x) = 2.5x$  بذلك فان الدالة  $v_1$  يمكن ترجمتها الى دالة نيوتروسوفكية بلاتعيين في مجالها المقابل فقط،  $v_2(x) = 2.5x \text{ or } 5x$  . ان هذه الدوال النيوتروسوفكية الاخيرة لا تمثل علاقات بالطريقة التقليدية .

## ٧.٢- اللاتعيين (اللاتحديد) المتقطع وغير المتقطع

من وجهة نظر اخرى ، هناك لاتعيين متقطع هذا ما نجده في الامثلة الاتية:

$$\begin{aligned} f(2 \text{ or } 3) &= 4, \\ \text{or } f(2) &= 5 \text{ or } 6, \\ \text{or } f(2 \text{ or } 3) &= 5 \text{ or } 6; \end{aligned}$$

ولاتعيين غير متقطع ، كما نجده فيما يلي:-

$$\begin{aligned} f(7x \text{ or } 8x) &= 63, \\ \text{or } f(x) &= 10x^3 \text{ or } 20 \sin(x), \\ \text{or } f(x^2 \text{ or } 8x) &= 16e^x \text{ and } \ln x. \end{aligned}$$

وبالاعتماد على كل نوع من انواع اللاتعيين نحن بحاجة الى تحديد تقنية نيوتروسوفية خاصة تمكننا من تجاوز هذا اللاتعيين .

## ٨.٢- دوال نيوتروسوفكية بقيم متجهة ذات متغيرات متعددة

في البنود السابقة تم اعطاء امثلة لدوال نيوتروسوفكية بقيم ومتغيرات حقيقية ولنفس الدوال التي ناقشناها يوجد في اي مجال علمي دوال نيوتروسوفكية بقيم متجهة ذات متغيرات متعددة .

$$\begin{aligned} f: A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n &\rightarrow B_1 \times B_2 \times \dots \times B_m \\ f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

بالتأكيد  $A_1, A_2, \dots, A_n$  و  $B_1, B_2, \dots, B_n$  يمكن ان تكون فضاءات علمية من أي نوع. ان هكذا دوال نيوتروسوفكية ذات القيم المتجهة بمتغيرات عديدة يمكن أن تملك لاتعيين في مجالها او في مجالها المقابل او كليهما معا ، واللاتعيين يمكن ان يكون متقطعا او غير متقطع.

## ٩.٢- الدوال الضمنية النيوتروسوفكية

وبنفس الطريقة التي كنا قد نعرفنا فيها على الدوال الصريحة والدوال الضمنية في المنطق التقليدي (الكلاسيكي): توجد دوال نيوتروسوفكية صريحة مثل

$$f(x) = x^2 \text{ or } x^2 + 1 \quad (41)$$

وكذلك دوال نيوتروسوفية ضمنية ، مثل

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | e^x + e^y = 0 \text{ or } e^x + e^y = -1\} \quad (42)$$

## ١٠.٢- تركيب الدوال النيوتروسوفكية

ان تركيب الدوال النيوتروسوفكية يمثل توسيعا لتركيب الدوال الموجودة في المنطق التقليدي مع فارق وجود اللاتعيين كتعميم. مثال لتكن

$$f(x) = [\ln(x), \ln(3x)], \text{ for } x > 0 \quad (43)$$

و

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-5}, & \text{if } x \neq 5; \\ 7 \text{ or } 9, & \text{if } x = 5; \end{cases} \quad (44)$$

دالتين نيوتروسوفكيتين ، ما هي الدالة

$$(f \circ g)(5) = ?$$

$$(f \circ g)(5) = f(g(5)) = f(7 \text{ or } 9) = [\ln 7, \ln 21] \text{ or } [\ln 9, \ln 27] \quad (45)$$

نجد ان اللاتعيين المتقطع " 7 او 9" مع اللاتعيين المستمر (غير المتقطع ) في "[ln(x), ln(3x)]" تم بثهما او نشرهما في اللاتعيين المستمر (غير المتقطع) المزدوج "[ln 7, ln 21] or [ln 9, ln 27]"

من ناحية اخرى نود ان نطرح السؤال الاتي : ما هي قيمة  $(g \circ f)(5)$  ؟

$$(g \circ f)(5) = g(f(5)) = g([\ln 5, \ln 15]) = \left[ \frac{1}{\ln(15)-5}, \frac{1}{\ln(5)-5} \right] \approx [-0.43631, -0.29494] \quad (46)$$

ما هي الصيغة العامة  $(f \circ g)(x) = ?$

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = \begin{cases} f\left(\frac{1}{x-5}\right), & \text{for } x \neq 5; \\ f(7 \text{ or } 9), & \text{for } x = 5; \end{cases} \\ &= \begin{cases} \left[ \ln\left(\frac{1}{x-5}\right), \ln\left(\frac{3}{x-5}\right) \right], & \text{for } x > 5; \\ [\ln 7, \ln 21] \text{ or } [\ln 9, \ln 27], & \text{for } x = 5. \end{cases} \end{aligned} \quad (47)$$

لان مجال الدالة  $f(\cdot)$  هو  $(0, \infty)$  فانه لدينا  $\frac{1}{x-5} > 0$  اي  $x > 5$  هذا بالنسبة للجزء الاول من الدالة  $f \circ g$ . وكما ذكرنا سابقا ، الدالة النيوتروسوفكية  $y = f(x)$  قد تملك لاتعيينا في مجالها او مجالها المقابل او في العلاقة بين  $x$  و  $y$  (او لأي حالتين او ثلاث حالات من ذلك معا).

## ١١.٢ - معكوس الدالة النيوتروسوفكية

ان معكوس الدالة النيوتروسوفكية هو ايضا دالة نيوتروسوفكية وذلك لان اللاتعيين الموجود في الدالة النيوتروسوفكية الاصلية يتم توريثه لمعكوس تلك الدالة .

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 \text{ or } 6x, & \text{for } x \neq 0; \\ [1, 3], & \text{for } x = 0; \end{cases} \quad (48)$$

او

$$\begin{aligned} 0 \neq x &\longrightarrow 2x+1 \text{ or } 6x; \\ 0 &\longrightarrow [1, 3]. \end{aligned}$$

دعنا نجد معكوس الدالة  $f(x)$  وكما يلي ،

$$y = 2x + 1 \text{ or } y = 6x, \text{ for } x \neq 0. \quad (49)$$

بما ان  $y = 2x + 1 \text{ or } y = 6x$  لجميع قيم  $x \neq 0$  نعيد كتابة الدالة بأبدال المتغيرات المستقلة لنجعلها متغيرات معتمدة وبالعكس وكما يلي  $x = 2y + 1$  وبالتالي فان  $y = \frac{x-1}{2} \neq 0$  مما يؤدي الى  $x \neq 1$  كذلك لدينا  $x = 6y$  وبالتالي فان  $y = \frac{x}{6} \neq 0$  مما يؤدي الى  $x \neq 0$ .

وهكذا فان معكوس الدالة النيوتروسوفكية  $f(x)$  هي :

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{2} \text{ or } \frac{x}{6}, & \text{for } x \neq 0 \text{ and } x \neq 1; \\ 0, & \text{for } x = [1, 3]. \end{cases} \quad (50)$$

مرة اخرى نجد ان معكوس الدالة النيوتروسوفكية

$$f = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$f(x) = [2x + 1, 6x], \text{ for } x \in \mathbb{R},$$

Or

$$x \rightarrow [2x + 1, 6x].$$

ببساطة المعكوس هو

$$f^{-1}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f^{-1}([2x + 1, 6x]) = x, \text{ for all } x \in \mathbb{R},$$

$$\text{or } [2x + 1, 6x] \rightarrow x. \quad (51)$$

اما بالنسبة للدالة الاسية النيوتروسوفكية التالية  $x = 2^x \text{ or } 2^{x+1}$  فان معكوسها هو

$$k^{-1}(x) = \log_2(x) \text{ or } \log_2(x + 1). \quad (52)$$

وبالطريقة نفسها فان معكوس الدالة اللوغاريتمية النيوتروسوفكية التالية :

$$h(x) = \log_{(0.09, 0.11)} x$$

$$h^{-1}(x) = (0.09, 0.11)^x. \quad (53)$$

الدالة التقليدية تكون قابلة للانعكاس اذا وفقط اذا كانت تحقق شرط التقابل واحد لواحد (اي ان الدالة تحقق اختبار المستقيم العمودي).  
دعنا نأخذ بالاعتبار الدالة التقليدية التالية

$$f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{4, 5\} \quad (54)$$

$$f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 5.$$

نلاحظ ان هذه الدالة لا تحقق تقابل واحد ل واحد لانها تفشل في اختبار المستقيم العمودي عند  $y = 5$ , حيث ان  $f(2) = f(3)$ . لذلك فان هذه الدالة غير قابلة للانعكاس بشكل تقليدي.  
على اية حال ، نيوتروسوفياً ، يمكننا اخذ المعكوس النيوتروسوفي للدالة وكما يلي.

$$f^{-1}(4) = 1, f^{-1}(5) = \{2, 3\},$$

$$f^{-1}: \{4, 5\} \rightarrow \mathcal{P}(\{1, 2, 3\}). \quad (55)$$

من اجل معكوس الدالة النيوتروسوفية  $f^{-1}(x)$  نحن بحاجة لان نأخذ مقلوب الدالة دون ان ننسى المحور التناظري  $y = x$  الخاص برسم الدالة النيوتروسوفية  $f(3)$ ، إن اللاتعيين (اللاتحديد) للدالة النيوتروسوفية سيتم توريثه لمعكوس تلك الدالة النيوتروسوفية .

### مسألة مقترحة

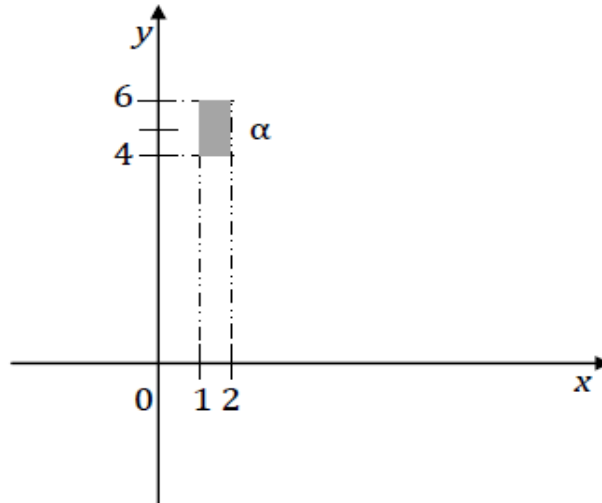
أي دالة نيوتروسوفية هي دالة قابلة للانعكاس  
البرهان

اذا فشلت الدالة  $f(x)$  في اختبار المستقيم العمودي عند  $y = b$  حيث  $f: A \rightarrow B$  فانه ومن تعريف المجال للدالة النيوتروسوفية سنجد ان معكوس الدالة النيوتروسوفية

$$f^{-1}: B \rightarrow A, f^{-1}(b) = \{a \in A, f(a) = b\}. \quad (56)$$

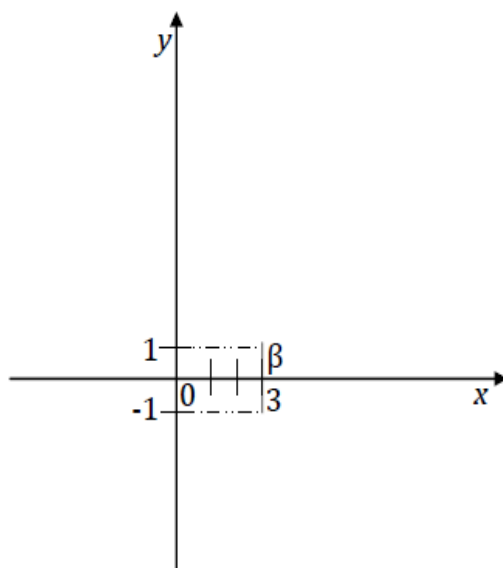
مرة اخرى ، لتكن  $f: A \rightarrow B$  دالة نيوتروسوفية اذا كانت الرسمة البيانية النيوتروسوفية لـ  $f$  تحتوي النقطة  $(C, D)$  بحيث ان  $C \subseteq A$  و  $D \subseteq B$  عندئذ فان الرسم البياني لمعكوس هذه الدالة النيوتروسوفية  $f^{-1}$  سيحتوي نقطة نيوتروسوفية  $(D, C)$ . ان اي نقطة نيوتروسوفية تعتبر تعميم للنقطة التقليدية  $(c, d)$  ، حيث ان  $c \in A$  و  $d \in B$  والتي بعدها يساوي صفر.  
ان النقطة النيوتروسوفية بالعموم هي نقطة ذات سمك والتي ربما تملك بعدا بمقدار 0, 1, 2 او اكثر ( هذا يعتمد على الفضاء الذي نعمل فيه).

وكامثلة ، لدينا النقطة  $\alpha([1, 2], [4, 6])$  ذات البعد 2



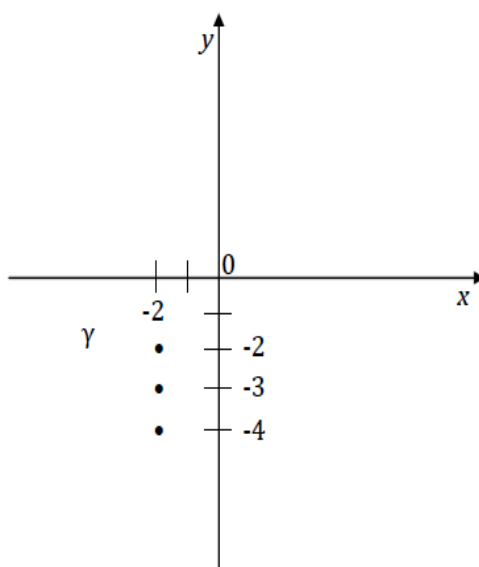
الرسم البياني (٨)

او النقطة  $\beta(3, (-1, 1))$  وبعدها 1 .



الرسم البياني (٩)

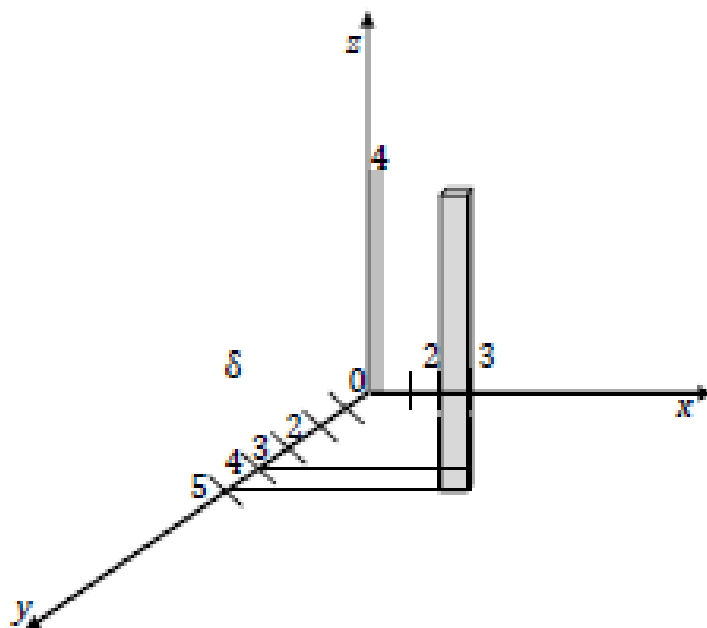
اما النقطة  $\gamma(-2, \{-4, -3, -2\})$  فلها بعد هو 0.



الرسم البياني (١٠)



بينما  $\delta([2, 3], [4, 5], [0, 4])$  لها بعد يساوي 3.



الرسم البياني (١١)

• ملاحظة خاصة بالمترجمين

ان الفرق بين النقاط  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  هو

$\alpha$  لها سمك على المحور  $y$  وسمك اخر على المحور  $x$  لذا كان بعدها  $=2$

$\beta$  لها سمك واحد فقط على المحور  $y$  لذا كان بعدها  $=1$

$\gamma$  ليس لها سمك على اي محور من المحاور لذا كان بعدها  $=0$

$\delta$  لها سمك على كل المحاور  $x, y, z$  لذا كان بعدها  $=3$

## ١٢.٢ - أصفار الدالة النيوتروسوفكية

افرض ان  $f: A \rightarrow B$  ، إن أصفار الدالة النيوتروسوفكية  $f$  ربما وبشكل عام يكون بشكل مجموعة مثل  $S \subseteq A$  بحيث ان  $f(S) = 0$ .

وعلى سبيل المثال

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 4, & x \notin [1, 3] \\ 0, & x \in [1, 3] \end{cases} \quad (57)$$

هذه الدالة لها صفر هش ان صفر هذه الدالة هو  $x = 4$  وذلك لان  $f(4) = 4 - 4 = 0$  ولها صفر بشكل فترة (interval-zero) هو  $x \in [1, 3]$  لان  $f([1, 3]) = 0$ .

• ملاحظة خاصة بالمترجمين

يقصد بالصفر الهش هو أي قيمة عددية متعارف عليها في المنطق الكلاسيكي وتؤدي الى جعل صورة الدالة = صفر

## ١٣.٢ - لاتحديدات الدالة

من الافراط ان نقول بان أي دالة تقليدية هي دالة نيوتروسوفكية ، لكن في هذه الحالة نجد ان اللاتعيين في الدالة التقليدية يكون تافها أي معدوما (null indeterminacy).

## ١٤.٢ - الدالة النيوتروسوفكية الزوجية

الدالة النيوتروسوفكية الزوجية  $f: A \rightarrow B$  لها تعريف مشابه للدالة الزوجية التقليدية

$$f(-x) = f(x), \quad (58)$$

لجميع قيم  $x$  في  $A$  مع الاخذ بنظر الاعتبار التعميم التالي  $f(-I) = f(I)$  حيث  $I$  تمثل مركبة اللاتعيين .

مثال :

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{for } x \notin \{-1, 1\}; \\ [0, 2], & \text{for } x = -1 \text{ or } 1. \end{cases} \quad (59)$$

وبطبيعة الحال فانه في الجزء المعين للدالة يكون لدينا ما يلي

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}, f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x). \quad (60)$$

بينما في الجزء الغير معين لدينا  $I = -1 \text{ or } 1$

نلاحظ

$$-I = -(-1 \text{ or } 1) = 1 \text{ or } -1 = -1 \text{ or } 1$$

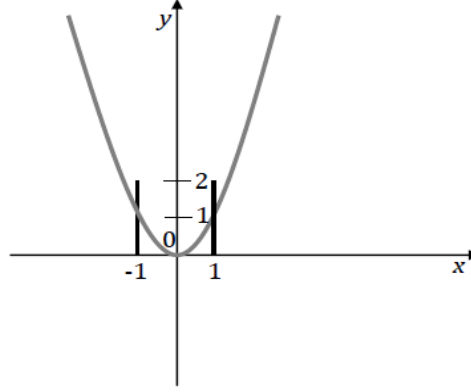
بالتالي فان

$$f(-I) = f(-1 \text{ or } 1) = [0, 2]$$

و

$$f(I) = f(-1 \text{ or } 1) = [0, 2],$$

وهكذا فان  $f$  هي دالة نيوتروسوفكية زوجية .



الرسم البياني (١٢)

ان مخطط الدالة النيوتروسوفكية الزوجية يناظر رسومات الدوال الزوجية التقليدية ، لكن بطريقة نيوتروسوفكية مع الاخذ بعين الاعتبار المحور  $y$  ، اي انه لاي نقطة نيوتروسوفكية  $P$  محتواه في الجانب الايمن للمحور  $y$  يوجد نقطة نيوتروسوفكية  $P'$  محتواه في الجانب الايسر للمحور  $y$  والتي بدورها تناظر النقطة  $P$  ، وبشكل متبادل.

عندما نستذكر رسم الدالة النيوتروسوفية نجد انها مصاغة من نقاط نيوتروسوفكية علما ان النقاط النيوتروسوفكية لا تملك فقط بعدا صفريا بل ايضا ابعاد هي 1,2 واكثر بالاعتماد على الفضاءات المعرفة عليها الدالة النيوتروسوفكية والتي تأخذ منها قيمها كما وتعتمد على صيغة الدالة النيوتروسوفكية ذاتها .

## ١٥.٢ - الدالة النيوتروسوفكية الفردية

بطريقة مشابهة ، نستطيع تعريف الدالة النيوتروسوفكية الفردية  $f: A \rightarrow B$  ولها التعريف نفسه للدالة الفردية التقليدية اي ان  $f(-x) = -f(x)$  ، وذلك لجميع قيم  $x$  في  $A$  ، الا اننا يجب ان نظيف التعميم التالي  $f(-I) = -f(I)$  حيث  $I$  تمثل مركبة اللاتعيين (اللاتحديد).  
فمثلا

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ and } x^3, & \text{for } x \neq 0; \\ -5 \text{ or } 5, & \text{for } x = 0. \end{cases} \quad (61)$$

في الحقيقة الجزء الاول من الدالة تم تشكيله بوضع دالتين مختلفتين معا، بطبيعة الحال ومن اجل  $x \neq 0$  نلاحظ ان

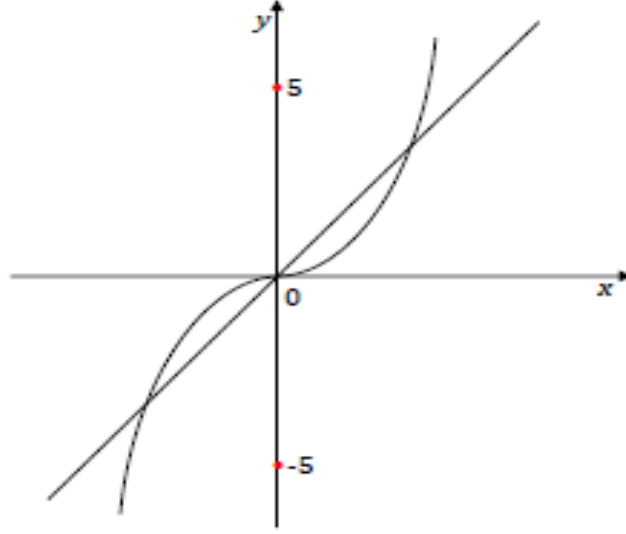
$$f(-x) = -x, \text{ and } (-x)^3 = -x^3, \text{ and } -x^3 = -(x \text{ and } x^3) = -f(x)$$

بينما من اجل  $x = 0$  نجد :

$$f(-0) = f(0) = -5 \text{ or } 5;$$

$$-f(0) = -(-5 \text{ or } 5) = 5 \text{ or } -5 = -5 \text{ or } 5.$$

اذن ،  $f(-0) = -f(0)$  ، بالتالي فان  $f$  تمثل دالة نيوتروسوفكية فردية.



الرسم البياني (١٣)

وبشكل مشابه : الدالة الفردية النيوتروسوفكية متناظرة نيوتروسوفكيا نسبة لنقطة الأصل في النظام الاحداثي الكارتيزي.

## ١٦.٢ - النموذج النيوتروسوفكي

ان أي نموذج يملك شيء من اللاتعيين (اللاتحديد) يسمى نموذجاً نيوتروسوفكياً. عند جمع بيانات تصف عالماً فيزيائياً معيناً وتكون هذه البيانات غير تامة ، أو فيها شيء مبهم ، أو قد تحتوي بعض التناقضات أو ربما تكون غير واضحة سنكون عندها غير قادرين على بناء نموذج تقليدي دقيق، هذا سيقودنا إلى بناء نموذج تقريبي (ذو سُمك).

فباستخدام الاحصاء النيوتروسوفكي سنرسم البيانات ثم نصمم طريقة للانحدار النيوتروسوفكي وإن أكثر هذه الطرق شهرة هي الانحدار الخطي النيوتروسوفكي وطريقة إنحدار المربعات الصغرى النيوتروسوفكية من أجل متغيرين نيوتروسوفكيين  $x$  و  $y$  ، متمثلة بالبيانات المرسومة ، يمكن لأي شخص كان تصميم افضل ملائمة ممكنة للمنحني النيوتروسوفكي بطريقة انحدار معينة بدلا من البيانات الهشة ، كما نجدها في الانحدار التقليدي ، مثال ذلك

$$(x, y) \left\{ \begin{array}{l} (1, 2), (3, 5), (4, 8), \\ (-2, -4), (0, 0), (-5, -11), \dots \end{array} \right\} \quad (62)$$

سنعمل مع مجموعة بيانات تقريبية في الانحدار النيوتروسوفكي :

$$(x, y) \in \left\{ \begin{array}{l} ((1, [2, 2.2]), ([2.5, 3], 5), ([3.9, 4], (8, 8.1))), \\ (-2, -4), ((0.0, 0.1], (-0.1, 0.0)), \\ (-5, (-10, -11)), \dots \end{array} \right\} \quad (63)$$

فمثلا بدلا من الحصول على انحدار خطي هش كما في علم الاحصاء التقليدي :

$$y = 2x - 1, \quad (64)$$

سنحصل على مجموعة انحدار خطي كما في المثال التالي.

$$y = [1.9, 2]x - [0.9, 1.1] \quad (65)$$

هذا ما نجده في علم الاحصاء النيوتروسوفي.

## ١٧.٢ - معامل الارتباط النيوتروسوفي

مقارنة بمعامل الارتباط التقليدي  $r$  والذي نجده عبارة عن عدد هش ينتمي الى الفترة  $[-1, 1]$  نجد ان معامل الارتباط النيوتروسوفي عبارة عن مجموعة جزئية من الفترة  $[-1, 1]$ .

وبطريقة مشابهة ، إذا كان أغلب هذه المجموعة الجزئية لمعامل الارتباط النيوتروسوفي  $x$  و  $y$  ارتباط نيوتروسوفي ايجابي ، وما عدا ذلك سيكون لديها ارتباط نيوتروسوفي سلبي .

بطبيعة الحال ، لا نجد نمودجا نيوتروسوفيا وحيدا لمشاكل الحياة الواقعية ، وبالتالي لا توجد قوانين نيوتروسوفية مضبوطة لاستخدامها في النماذج النيوتروسوفية.

ان كل نمودج نيوتروسوفي يعد نمودجا تقريبا كما وان التقريبات ربما تكون من وجهات نظر مختلفة . النمودج قد يعتبر افضل من غيره اذا كانت تخميناته افضل من تخمينات النماذج الاخرى لكن في اغلب الحالات، النمودج قد يكون أفضل من وجهة نظر، واسوأ من وجهة نظر اخرى ذلك لان مشاكل الحياة الواقعية تعتمد وبشكل طبيعي على العديد من المعاملات منها ما هو معروف ومنها ما هو غير معروف.

ومع ذلك ، هنالك حاجة للنماذج النيوتروسوفية التي تمثل الواقع ومن أجل تسريع تحليل البدائل (المتابعات) كذلك لايجاد حلول مثلى تقريبية.

## ١٨.٢ - الدالة الأسية النيوتروسوفية

الدالة الأسية النيوتروسوفية هي دالة أسية تملك بعض اللاتعيين ، ان هذا اللاتعيين قد يكون في إحدى او أكثر مما يلي :

١- في صيغة الدالة ( سواء في الاس او الاساس ).

٢- في منطلق الدالة .

٣- في مدى الدالة .

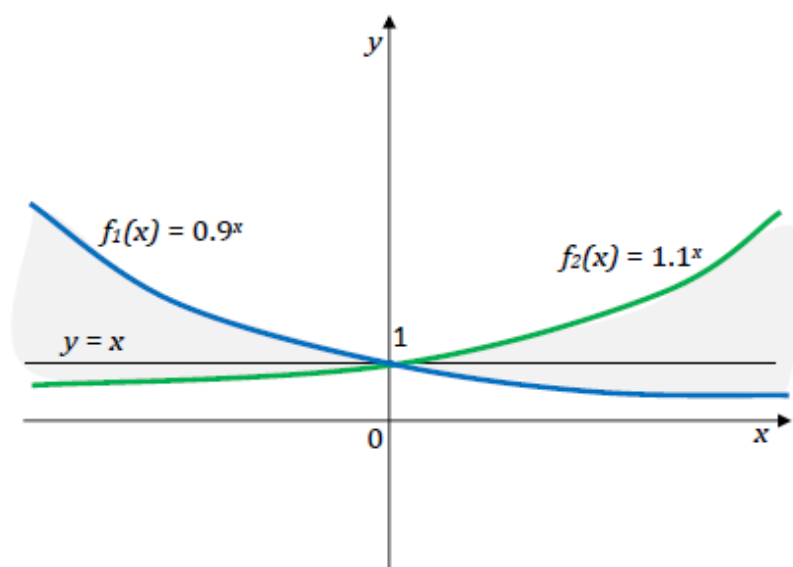
تأمل الدالة الأسية التقليدية:

$$g(x) = a^x, \quad (66)$$

حيث أن  $a > 0$  و  $a \neq 1$  فلو كان اللاتعيين في اساس الدالة ، مثال ذلك انظر الدالة التالية:

$$f(x) = [0.9, 1.1]^x, \quad (67)$$

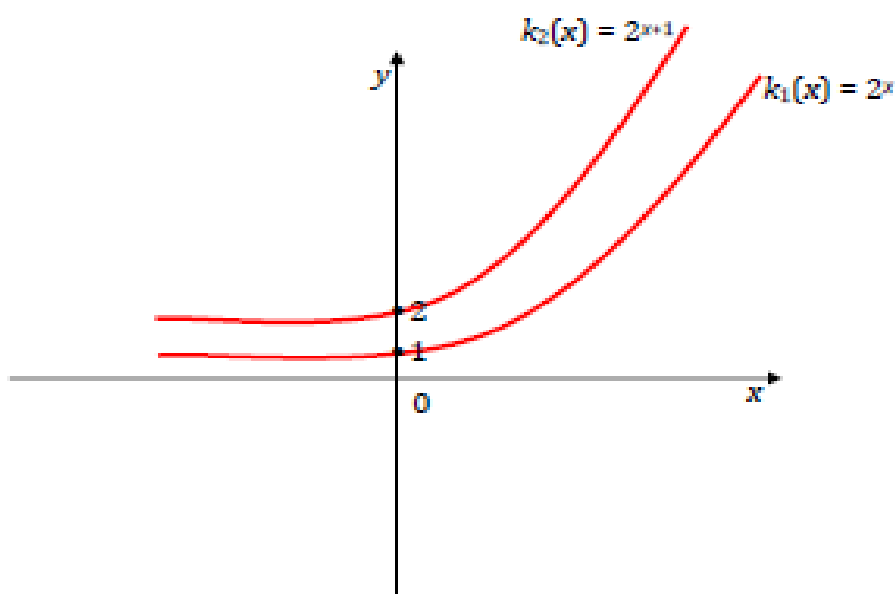
حيث ان "a" عبارة عن فترة تحتوي الرقم 1، فسنعمل بذلك على الدالة ذات السمك كما يلي:



الرسم البياني (١٤)

ولو كان اللاتعيين موجودا في الأس، لاحظ الدالة

$$k(x) = 2^x \text{ or } x+1. \quad (68)$$



الرسم البياني (١٥)

من المهم الانتباه الى كيفية سلوك الدالة  $k(x)$  فمثلا

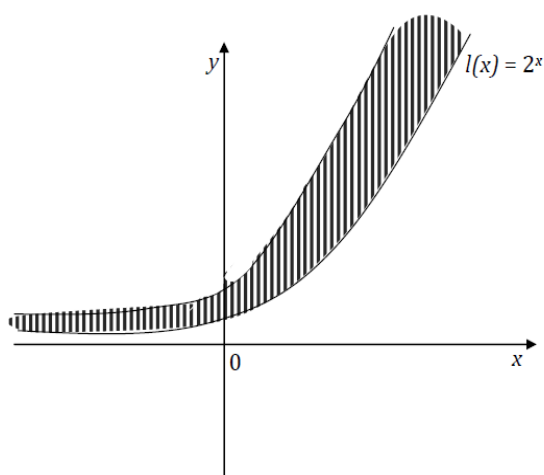
$$k(1) = 2^1 \text{ or } 1+1 = 2^1 \text{ or } 2^2 = 2 \text{ or } 4 \quad (69)$$

أي اننا لسنا متأكدين هل صورة  $x = 1$  هي 2 ام 4 .

مثال اخر لدالة نيوتروسوفكية اسية

$$l(x) = 2^{(x, x+1)} \quad (70)$$

ان هذه الدالة تختلف اختلافا جذريا عن الدالة  $k(x)$  حيث الاسس في  $l(x)$  تمثل فترة لذا نتوقع أن الدالة  $l(x)$  ذات سمك كما ملاحظ في الشكل التالي



الرسم البياني (١٦)

يمكننا استنتاج أن للدالة  $l(x)$  سمك من التعويض البسيط التالي

$$l(1) = 2^{(1, 1+1)} = 2^{(1, 2)} = (2^1, 2^2) = (2, 4) \quad (71)$$

وهي فترة مفتوحة.

## ١٩.٢ - الدالة اللوغاريتمية النيوتروسوفكية

على غرار ما لاحظناه من البند السابق للدالة الأسية النيوتروسوفكية ، نجد أن الدالة اللوغاريتمية النيوتروسوفكية هي أيضا دالة لوغاريتمية تملك بعض اللاتعيين ، إذ أن هذا اللاتعيين قد يكون في احدى او اكثر الاماكن الآتية :

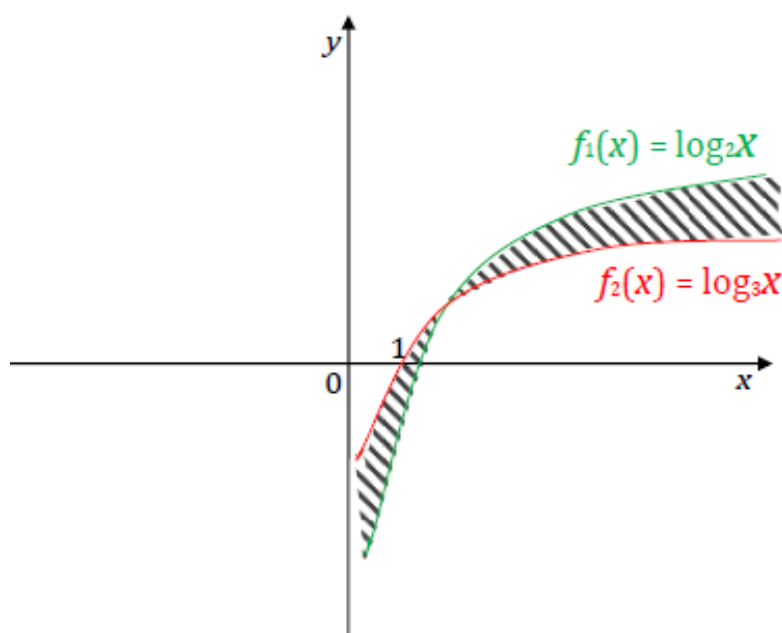
١ - في صيغة الدالة .

٢ - في مجال الدالة .

٣ - في مجالها المقابل .

مثلا

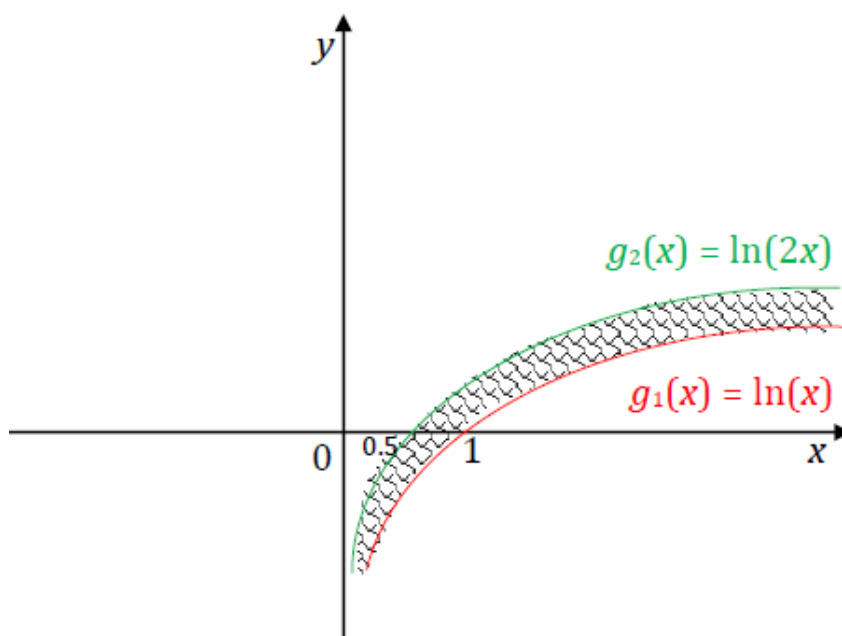
$$f(x) = \log_{[2,3]} x = [\log_2 x, \log_3 x]. \quad (72)$$



الرسم البياني (١٧)

مثال آخر

$$g(x) = \ln(x, 2x) = (\ln(x), \ln(2x)) \quad (73)$$

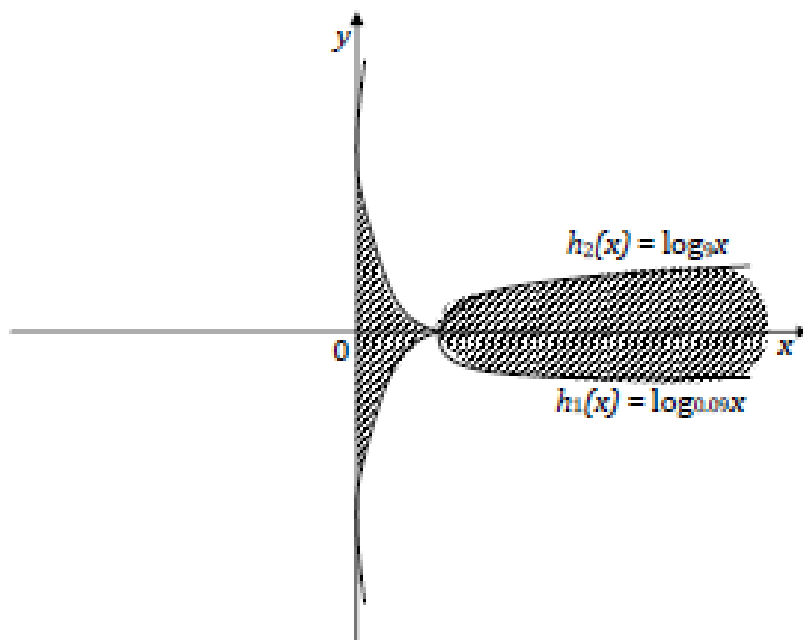


الرسم البياني (١٨)

اخيرا نلاحظ

$$h(x) = \log_{(0.09, 1.1)} x \quad (74)$$





الرسم البياني (١٩)

## ٢٠.٢ - تركيب الدوال النيوتروسوفكية

بشكل عام عند تركيب دالتين نيوتروسوفكيتين فان اللاتعيين سيزداد. ومثال ذلك

$$f_1(x) = x^3 \text{ or } x^4$$

$$f_2(x) = [2.1, 2.5]^x$$

وبالتالي فان

$$(f_1 \circ f_2)(x) = f_1(f_2(x)) = [2.1, 2.5]^{3x} \text{ or } [2.1, 2.5]^{4x}.$$

(75)

## الفصل الثالث

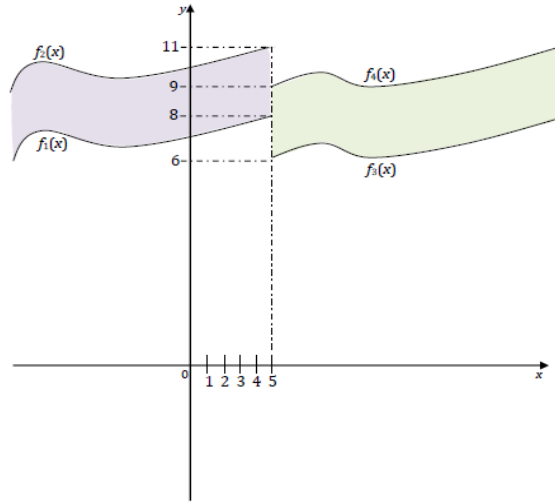
### حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي

#### ١.٣ - الغاية النيوتروسوفية

يقصد بالغاية النيوتروسوفية غاية الدالة النيوتروسوفية ، إذ قام مؤسس المنطق النيوتروسوفي بتوسيع المفهوم التقليدي للغاية لنأخذ بنظر الاعتبار الدالة النيوتروسوفية:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$$

متمثلة بالرسم البياني الآتي:



الرسم البياني (٢٠)

$$f(x) = \begin{cases} [f_1(x), f_2(x)], & \text{for } x \leq 5; \\ [f_3(x), f_4(x)], & \text{for } x > 5, \end{cases} \quad (76)$$

وهذا يوضح ان  $f(x)$  هي دالة نيوتروسوفية ذات جزئين .  
 باستخدام طريقة الرسم النيوتروسوفية سنحصل على:

- الغاية النيوتروسوفية من اليسار هي:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x < 5}} f(x) = [8, 11]; \quad (77)$$

- الغاية النيوتروسوفية من اليمين هي:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ x > 5}} f(x) = [6, 9]. \quad (78)$$

سيقدم المؤلف في هذا البند ولأول مرة مفهوم شبه الغاية النيوتروسوفكية، إذ يجب أن نعلم جيدا أن شبه الغاية النيوتروسوفكية هي تقاطع للغاية النيوتروسوفكية من اليسار مع الغاية النيوتروسوفكية من اليمين [مشابها لما نجده في موضوع الغايات التقليدي، إذ نجد أن الغاية من اليسار يجب لها أن تساوي الغاية من اليمين، وهذا في الحقيقة يكافئ التقاطع بين الغاية من اليسار (ونقصد بذلك المجموعة المكونة من رقم منتهي مفرد أو من أرقام غير منتهية باتجاه  $+\infty$ ، أو أرقام غير منتهية باتجاه  $-\infty$ ) وبين الغاية من اليمين (نقصد بذلك المجموعة المكونة من رقم منتهي مفرد، أو أرقام غير منتهية باتجاه  $+\infty$ ، أو أرقام غير منتهية باتجاه  $-\infty$ ) إذ أن هذا التقاطع لا يكون خاليا]

كما نجد ذلك واضحا فيما يلي:

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = [8, 11] \cap [6, 9] = [8, 9]. \quad (79)$$

إذا كان التقاطع بين الغاية النيوتروسوفكية من اليسار والغاية النيوتروسوفكية من اليمين يمثل مجموعة خالية عندئذ شبه الغاية النيوتروسوفكية غير موجود.

أن الغاية النيوتروسوفكية للدالة  $f(x)$  موجودة إذا كانتا الغايتان النيوتروسوفيتان من اليسار ومن اليمين متطابقتين، (ومرة أخرى نريد أن نذكر بأن الغايتين النيوتروسوفيتين من اليسار ومن اليمين هما عبارة عن مجاميع، بدلا من الاعداد)

فمثلا: الدالة السابقة لا تملك غاية نيوتروسوفية؛ لأن  $[8, 11] \not\equiv [6, 9]$ .

### المعيار

سنعرف المعيار كما يلي.

لتكن

$$\mu: \mathcal{P}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad (80)$$

حيث أن  $\mathcal{P}(\mathbb{R})$  هي مجموعة القوى لـ  $\mathbb{R}$  بينما  $\mathbb{R}$  تمثل مجموعة كل الاعداد الحقيقية. لأي مجموعة  $\mathcal{S} \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$ ,

$$\mu(\mathcal{S}) = \max \{|x|, x \in \mathcal{S} \cup \text{Fr}(\mathcal{S})\}, \quad (81)$$

نلاحظ أن  $|x|$  تمثل القيمة المطلقة لـ  $x$  و  $\text{Fr}(\mathcal{S})$  هي حدود  $\mathcal{S}$  (frontier) أي أن:

$$\mu(\mathcal{S}) = \max\{|\inf \mathcal{S}|, |\sup \mathcal{S}|\} \quad (82)$$

إذ أن  $(\inf \mathcal{S})$  تعني أكبر قيمة صغرى في  $\mathcal{S}$ ، و  $(\sup \mathcal{S})$  تعني أصغر قيمة عظمى (أصغر نهاية عظمى) في  $\mathcal{S}$ . عندئذ نجد

$$\mu(\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2) = \max\{|\inf \mathcal{S}_1 + \inf \mathcal{S}_2|, |\sup \mathcal{S}_1 + \sup \mathcal{S}_2|\}, \mu(\alpha \cdot \mathcal{S}) = \max\{|\alpha| \cdot |\inf \mathcal{S}|, |\alpha| \cdot |\sup \mathcal{S}|\}, \quad (83)$$

حيث  $\alpha \in \mathbb{R}$  يمثل قياسا (غير متجه) إذا كانت المجموعة  $\mathcal{S}$  مكونة من عنصر واحد فقط، أي

$$\mu(\mathcal{S}) = \mu(a) = |a|. \quad (84)$$

سنبرهن أن  $\mu(\cdot)$  يمثل معيارا لـ  $\mu: \mathcal{P}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$\forall \mathcal{S} \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \mu(\mathcal{S}) = \max\{|x|, x \in \mathcal{S} \cup \text{Fr}(\mathcal{S})\} = \max\{|\inf \mathcal{S}|, |\sup \mathcal{S}|\}. \quad (85)$$

$$\mu(-\mathcal{S}) = \mu(-1 \cdot \mathcal{S}) = \max\{|-1| \cdot |\inf \mathcal{S}|, |-1| \cdot |\sup \mathcal{S}|\} = \max\{|\inf \mathcal{S}|, |\sup \mathcal{S}|\} = \mu(\mathcal{S}). \quad (86)$$

من أجل القياسي  $t$ .

$$\mu(t \cdot \mathcal{S}) = \max\{|t| \cdot |\inf \mathcal{S}|, |t| \cdot |\sup \mathcal{S}|\} = |t| \cdot \max\{|\inf \mathcal{S}|, |\sup \mathcal{S}|\} = |t| \cdot \mu(\mathcal{S}). \quad (87)$$

$$\mu(S_1 + S_2) = \max\{|\inf S_1 + \inf S_2|, |\sup S_1 + \sup S_2|\} \leq \max\{|\inf S_1| + |\inf S_2|, |\sup S_1| + |\sup S_2|\} \leq \max\{|\inf S_1|, |\sup S_1|\} + \max\{|\inf S_2|, |\sup S_2|\} = \mu(S_1) + \mu(S_2). \quad (88)$$

$$\mu(S_1 - S_2) = \mu(S_1 + (-S_2)) \leq \mu(S_1) + \mu(-S_2) = \mu(S_1) + \mu(S_2). \quad (89)$$

### ٢.٣ - ملائمة البعد- الجزئي (المترى - الجزئي)

لتكن  $A$  و  $B$  مجموعتان في  $\mathbb{R}$  ، بحيث ان  $(\inf A, \sup A, \inf B, \sup B)$  كلها عبارة عن أعداد منتهية. ان البعد- الجزئي (المترى - الجزئي) بين  $A$  و  $B$  يعرف بالشكل التالي:

$$\eta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$\eta(A, B) = \max\{|\inf A - \inf B|, |\sup A - \sup B|\}. \quad (90)$$

بعبارة اخرى ، ان ملائمة البعد- الجزئي (المترى - الجزئي) يقيس كيفية اغلاق اكبر القيم الصغرى ، واغلاق اصغر القيم العظمى  $\inf$ 's و  $\sup$ 's لمجموعتين (نقصد بذلك ، المجموعتان بالنظر لحدودهما القصوى)

### ٣.٣ - خواص ملائمة البعد- الجزئي (المترى - الجزئي)

لاي ثلاث مجموعات  $A, B, C$  محتواة في  $\mathbb{R}$  إذ ان  $\inf A, \sup A, \inf B, \sup B, \inf C, \sup C$  كلها تملك اعداد منتهية ، بوسعنا القول أن :

$$a) \eta(A, B) \geq 0. \quad (91)$$

$$b) \eta(A, A) = 0. \quad (92)$$

لو كانت  $\eta(A, B) = 0$  هذا لايعني بالضرورة ان  $A \equiv B$  بل ان ذلك يعني لنا ان

$$\inf A = \inf B \text{ و } \sup A = \sup B.$$

مثلا اذا كانت  $A = \{3, 4, 5, 7\}$  and  $B = (3, 7]$  ، عندئذ  $\inf A = \inf B = 3$  and  $\sup A = \sup B = 7$  بحيث ان  $\eta(A, B) = 0$  لكن  $A \not\equiv B$ . لذلك فان مسلمة البعد هذه تتحقق فقط بشكل جزئي بواسطة  $\eta$ .

$$c) \eta(A, B) = \eta(B, A). \quad (94)$$

$$d) \eta(A, B) \leq \eta(B, C) + \eta(C, A). \quad (95)$$

Proof of d):

$$\eta(A, B) = \max\{|\inf A - \inf B|, |\sup A - \sup B|\} = \max\{|\inf A - \inf C + \inf C - \inf B|, |\sup A - \sup C + \sup C - \sup B|\} \quad (96)$$

$$\text{But } |\inf A - \inf C + \inf C - \inf B| \leq |\inf A - \inf C| + |\inf C - \inf B| = |\inf B - \inf C| + |\inf C - \inf A| \quad (97)$$

وبشكل مشابه

$$|\sup A - \sup C + \sup C - \sup B| \leq |\sup A - \sup C| + |\sup C - \sup B| = |\sup B - \sup C| + |\sup C - \sup A| \quad (98)$$

وبالتالي فان:

$$\max\{|\inf A - \inf C + \inf C - \inf B|, |\sup A - \sup C + \sup C - \sup B|\} \leq \max\{|\inf B - \inf C|, |\sup B - \sup C|\} + \max\{|\inf C - \inf A|, |\sup C - \sup A|\} = \eta(B, C) + \eta(C, A). \quad (99)$$

(e) اذا كانت  $A = \{a\}$  و  $B = \{b\}$  مع العلم ان  $a, b \in \mathbb{R}$  نقصد بذلك ان  $A$  و  $B$  يحتويان كل منهما على عنصر واحد فقط عندئذ.

$$\eta(A, B) = |a - b|. \quad (100)$$

(f) اذا كانت  $A$  و  $B$  كلاهما فترات (مفتوحة ، مغلقة، او شبه مفتوحة / شبه مغلقة).  
مثلا  $A = [a_1, a_2]$  و  $B = [b_1, b_2]$  مع الاخذ بعين الاعتبار ان  $a_1 < a_2$  و  $b_1 < b_2$  عندئذ  
 $\max\{|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|\}.$  (101)

### ٤.٣ - الفضاء المترى - الجزئي

بشكل عام نفرض أن لدينا الدالة  $\eta: \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}^+$  حيث  $\mathcal{M}$  مجموعة غير خالية ، الدالة  $\eta$  تمثل المترى - الجزئي ( البعد - الجزئي ) على  $\mathcal{M}$  ، وتعرف كما يلي:

$$\eta(A, B) = \max\{|\inf A - \inf B|, |\sup A - \sup B|\} \quad (102)$$

إن الفضاء  $\mathcal{M}$  متمتعٌ بدالة مثل  $\eta$  يسمى الفضاء المترى - الجزئي . هذا المترى الجزئي لـ  $\eta$  يمثل تعميما للمترى  $d$  المعروف في تحليل الفترة وكما يلي  $d: S \rightarrow S$  إذ  $S$  هي أي مجموعة حقيقية و

$$d([a, b], [c, d]) = \max\{|a - c|, |b - d|\}, \quad (103)$$

علما أن  $a \leq b$  و  $c \leq d$  ، ولأن  $\eta$  يمكنها أن تتعامل مع كل أنواع المجاميع ، وليس فقط الفترات كما في التحليل الصحيح.  
ومن اللافت للنظر أن :

$$\eta(A, 0) = \max\{|\inf A - 0|, |\sup A - 0|\} = \max\{|\inf A|, |\sup A|\} = \mu(A) \quad (104)$$

وهذا يمثل بالضبط معيار  $A$ .

### ٥.٣ - تعريف $\delta - \epsilon$ للغاية النيوتروسوفكية اليسرى

لتكن  $f$  دالة نيوتروسوفكية ، حيث  $f: P(\mathbb{R}) \rightarrow P(\mathbb{R})$  ، إن تعريف  $\delta - \epsilon$  للغاية اليسرى النيوتروسوفكية هو توسيع للتعريف التقليدي للغاية من اليسار ، إذ إن القيمة المطلقة  $| \cdot |$  يتم استبدالها بـ  $\eta(\cdot)$  أيضا، بدلا من العمل مع قيم قياسية فقط ، سنعمل ايضا مع عناصر تمثل مجاميع ( إذ ان المجموعة تظهر كما لو انها تقرب للقيمة القياسية).

بذلك فان

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \quad (105)$$

تكافئ للمفهوم الرياضي الاتي : لكل  $\varepsilon > 0$  ، يوجد  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  إذ لو كان  $\eta(x, c)_{x < c} < \delta$  عندئذ

$$\eta(f(x), L)_{x < c} < \varepsilon. \quad (106)$$

إن تعريف  $\delta - \varepsilon$  للغاية اليمنى النيوتروسوفكية يمكن التعبير عنهما بـ

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \quad (107)$$

وهي تكافئ مايلي : لكل  $\varepsilon > 0$  ، يوجد  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  بحيث انه لو كان  $\eta(x, c)_{x < c} < \delta$  فان

$$\eta(f(x), L)_{x > c} < \varepsilon. \quad (108)$$

وبشكل عام فان تعريف  $\delta - \varepsilon$  للغاية النيوتروسوفكية  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$  يكافئ انه لكل  $\varepsilon > 0$  يوجد  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$  بحيث انه لو كانت  $\eta(x, c) < \delta$  عندئذ

$$\eta(f(x), L) < \varepsilon. \quad (109)$$

### ٦.٣ - مثال لحساب للغاية النيوتروسوفكية

في المثال السابق المذكور في صفحة ٥٤ ، لو كانت  $c = 5$  ولتكن  $\varepsilon > 0$  فان

$$\begin{aligned} \eta([f_1(x), f_2(x)], [8, 11]) &= \max_{\substack{\eta(x-5) < \delta \\ x < 5}} \{ |\inf[f_1(x), f_2(x)] - \\ \inf[8, 11]|, |\sup[f_1(x), f_2(x)] - \sup[8, 11]| \} = \\ \max_{\substack{\eta(x-5) < \delta \\ x < 5}} \{ |f_1(x) - 8|, |f_2(x) - 11| \} < \varepsilon. \end{aligned} \quad (110)$$

كما في الحساب التقليدي ان  $\eta(x, 5) < \delta$  تعني  $|x - 5| < \delta$  .

ان المتراجحة  $\varepsilon < \max_{\substack{\eta(x-5) < \delta \\ x < 5}} \{ |f_1(x) - 8|, |f_2(x) - 11| \}$  تعني ان المتراجحتين

$|f_1(x) - 8| < \varepsilon$  و  $|f_2(x) - 11| < \varepsilon$  تتحققان عندما

$$|x - 5| < \delta \text{ and } x \leq 5. \quad (111)$$

### ٧.٣ حالة خاصة لحساب للغاية النيوتروسوفكية

افرض ( كحالة خاصة من المثال السابق الموجود في الفقرة ١.٣ ) ان

$f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$  كل منها دالة بجزئين إذ ان جوار  $x = 5$  من اليمين أو اليسار هو:

$$f_1(x) = -x^2 + 6x + 3, \text{ for } x \in [4, 5]; \quad (112)$$

$$f_2(x) = x^3 - 114, \text{ for } x \in [4, 5]; \quad (113)$$

$$f_3(x) = x + 1, \text{ for } x \in [5, 6]; \quad (114)$$

$$f_4(x) = 3x - 6, \text{ for } x \in [5, 6]. \quad (115)$$

لذلك فإن ،

$$|f_1(x) - 8| = |-x^2 + 6x + 3 - 8| = |-(x - 5)(x - 1)| = |(x - 5)(x - 1)| < \frac{\varepsilon}{4}(4) = \varepsilon; \quad (116)$$

ولأن  $x - 1 \leq 4$  عندما  $x \in [4, 5]$  ، هذا يدعونا لأن نأخذ  $\delta = \frac{\varepsilon}{4}$

كذلك لدينا

$$|f_2(x) - 11| = |x^3 - 114 - 11| = |(x - 5)(x^2 + 5x + 25)| < \frac{\varepsilon}{75}(75) = \varepsilon; \quad (117)$$

هنا اخذ  $\delta = \frac{\varepsilon}{75}$  وذلك لأن  $x^2 + 5x + 25 \leq (5)^2 + 5(5) + 25 = 75$  ، عندما  $x \in [4, 5]$

بذلك سنحصل على انه لكل  $\varepsilon > 0$

$$\delta = \min \left\{ \frac{\varepsilon}{4}, \frac{\varepsilon}{75} \right\} = \frac{\varepsilon}{75}$$

وهذا ما تمثله قيمة الغاية النيوتروسوفية من اليسار بطريقة مشابهة نجد الغاية النيوتروسوفية من اليمين لهذا المثال.

لتكن  $\varepsilon > 0$  نجد

$$\begin{aligned} \eta([f_3(x), f_4(x)], [6, 9]) &= \max_{\eta(x-5) < \delta} \{ |\inf[f_3(x), f_4(x)] - \inf[6, 9]|, |\sup[f_3(x), f_4(x)] - \sup[6, 9]| \} \\ &= \max_{\eta(x-5) < \delta} \{ |f_3(x) - 6|, |f_4(x) - 9| \} < \varepsilon, \end{aligned} \quad (118)$$

مما يعني أنه عندما  $|x - 5| < \delta$  و  $x > 5$  سنحصل على

$$|f_3(x) - 6| < \varepsilon, \text{ and } |f_4(x) - 9| < \varepsilon,$$

لذلك نجد أن

$$|f_3(x) - 6| = |x + 1 - 6| = |x - 5| < \frac{\varepsilon}{1}(1) = \varepsilon \quad (119)$$

علما أن  $\delta = \frac{\varepsilon}{1} = \varepsilon$  و

$$|f_4(x) - 9| = |3x - 6 - 9| = |3(x - 5)| < \frac{\varepsilon}{3} \cdot (3) = \varepsilon \quad (120)$$

في معادلة (120) اعتبرنا  $\delta = \frac{\varepsilon}{3}$

لاحظنا انه لكل  $\varepsilon > 0$  يوجد

$$\delta = \min \left\{ \varepsilon, \frac{\varepsilon}{3} \right\} = \frac{\varepsilon}{3}, \quad (121)$$

بهذا نتجت غاية اليمين النيوتروسوفية .

بعد ذلك سنقاطع غايات اليمين واليسار النيوتروسوفية لنحصل على شبه الغاية النيوتروسوفية . نلاحظ ان الغاية النيوتروسوفية لهذه الدالة غير موجودة وذلك لاننا لواخذنا مثلا

$$\varepsilon = 0.1 > 0 \quad \text{فلن نجد } \delta = \delta(\varepsilon) > 0, \text{ إذ لو كانت } |x - 5| < \delta \text{ سنحصل على}$$

$$\eta([f_1(x), f_2(x)], [8, 9]) < 0.1 \quad (122)$$

ولن نحصل على

$$\eta([f_3(x), f_4(x)], [8, 9]) < 0.1 \quad (123)$$

وذلك لانه في الجوار القريب جدا من 5 تكون القيم المطلقة للفروق  $|f_2(x) - 9|$  و  $|f_3(x) - 8|$  اكبر من الواحد.

### ٨.٣ - حساب الغاية النيوتروسوفكية تحليليا

لنفرض ان الغاية التالية معطاة

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x - [1, 2]x - [3, 6]}{x + 3} \quad (124)$$

لو عوضنا عن قيمة  $x$  بقيمة -3 سنحصل على

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(-3)^2 + 3 \cdot (-3) - [1, 2] \cdot (-3) - [3, 6]}{-3 + 3} = \frac{9 - 9 - [1 \cdot (-3), 2 \cdot (-3)] - [3, 6]}{0} =$$

$$\frac{0 - [-6, -3] - [3, 6]}{0} = \frac{[3, 6] - [3, 6]}{0} = \frac{[3 - 6, 6 - 3]}{0} = \frac{[-3, 3]}{0}, \quad (125)$$

يبدوا جليا بان هذه الغاية لن تكون معرفة بمقدار غير معين  $\frac{0}{0}$  وذلك لان  $0 \in [-3, 3]$ .

عليه سنقوم بتحليل البسط من اجل التبسيط :-

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x - [1, 2]x - [3, 6]}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x - [1, 2]) \cdot (x + 3)}{(x + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3} (x - [1, 2]) = -3 - [1, 2] = [-3, -3] - [1, 2] =$$

$$-([3, 3] + [1, 2]) = [-5, -4]. \quad (126)$$

وللتأكد من النتائج بطريقة اخرى معتمدين على المعاملات التقليدية (الهشة) بدلا من المعاملات بقيمة - فترة ، لاحظ على سبيل المثال لا الحصر الحالات الآتية:

أ- نأخذ أكبر نهاية صغرى في الفترات  $[1, 2]$  و  $[3, 6]$  على التوالي ما يعني القيم 1 و 3 على التوالي .

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x - 1x - 3}{x + 3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x - 1)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 1) = -3 - 1$$

$$= -4 \in [-5, -4]. \quad (127)$$

ب- نأخذ اصغر نهاية عظمى للفترات  $[1, 2]$  و  $[3, 6]$  على التوالي ما يعني القيم 2 و 6 على التوالي .

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x + 3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x - 2)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 2) = -3 - 2 =$$

$$= -5 \in [-5, -4]. \quad (128)$$



ت- نأخذ النقاط الوسطية للفترات  $[1,2]$  و  $[3,6]$  على التوالي ما يعني القيم 1.5 و 4.5 على التوالي .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x - 1.5x - 4.5}{x+3} &= \\ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 1.5x - 4.5}{x+3} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-1.5)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 1.5) = -3 \\ -1.5 &= -4.5 \in [-5, -4]. \end{aligned} \quad (129)$$

ث- بصورة عامة ، نأخذ  $\alpha \in [1,2]$  فتكون  $3\alpha \in [3,6]$  وبذلك :-

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x - \alpha x - 3\alpha}{x+3} &= \\ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + (3-\alpha)x - 3\alpha}{x+3} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x+3)(x-\alpha)}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - \alpha) = -3 - \alpha \\ \in [-3, -3] - [1,2] \quad \{ \text{since } \alpha \in [1,2] \} &= [-3-2, -3-1] = [-5, -4]. \end{aligned} \quad (130)$$

وهذه هي نفس النتيجة التي حصلنا عليها في معادلة (126).

### ٩.٣- الحساب النيوتروسوفي لغايات الدوال الكسرية

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(4,5) \cdot x + 1} - 1}{x} &= \frac{\sqrt{(4,5) \cdot 0 + 1} - 1}{0} = \frac{\sqrt{[4 \cdot 0, 5 \cdot 0] + 1} - 1}{0} = \frac{\sqrt{[0,0] + 1} - 1}{0} = \\ \frac{\sqrt{0+1} - 1}{0} &= \frac{0}{0} = \text{undefined}. \end{aligned} \quad (131)$$

بضرب المقدار في مرافق البسط

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{[4,5]x+1}-1}{x} \cdot \frac{\sqrt{[4,5]x+1}+1}{\sqrt{[4,5]x+1}+1} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{[4,5]x+1})^2 - (1)^2}{x(\sqrt{[4,5]x+1}+1)} = \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4,5] \cdot x + 1 - 1}{x(\sqrt{[4,5]x+1}+1)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4,5] \cdot x}{x(\sqrt{[4,5]x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4,5]}{(\sqrt{[4,5]x+1}+1)} = \\ \frac{[4,5]}{(\sqrt{[4,5] \cdot 0 + 1} + 1)} &= \frac{[4,5]}{\sqrt{1} + 1} = \frac{[4,5]}{2} = \left[ \frac{4}{2}, \frac{5}{2} \right] = [2, 2.5]. \end{aligned} \quad (132)$$

أيضا نستطيع التأكد من قيمة هذه الغاية بطريقة تقليدية باعتبار العامل  $\alpha \in [4,5]$  وحساب الغاية بواسطة ضرب المقدار الكسري في مرافق البسط ، سينتج :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\alpha \cdot x + 1} - 1}{x} = \frac{\alpha}{2} \in [4,5]/2 = [2, 2.5]. \quad (133)$$

### ١٠.٣ - شبه الاستمرارية النيوتروسوفكية

سنقدم ولأول مرة مفهوم شبه - الاستمرارية النيوتروسوفكية، الدالة النيوتروسوفكية  $f(x): A \rightarrow B$  تكون شبه مستمرة عند نقطة معطاة مثل  $x = c$ ، متى ما كان تقاطع الغاية النيوتروسوفكية من اليسار، الغاية النيوتروسوفكية من اليمين  $f(c)$  غير خالية، أي أن

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\}_{x < c} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\}_{x > c} \cap \{f(c)\} \neq \emptyset. \quad (134)$$

أي ستكون الدالة النيوتروسوفكية  $f(x)$  شبه - مستمرة على فترة معطاة  $[a, b]$  اذا وجدت نقاط تقليدية  $A \in \{f(a)\}$  و  $B \in \{f(b)\}$  والتي يمكن ربطها بمنحني تقليدي مستمر يقع داخل الدالة  $f(x)$ .

فضلاً عن ذلك، نجد إن التعريف التقليدي يمكن تعميمه بالطريقة التالية: إن الدالة النيوتروسوفكية  $f(x)$  تكون شبه - مستمرة نيوتروسوفكياً عند كل نقطة  $x = c$  إذا تحقق

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \equiv \lim_{x \rightarrow c} f(x) \equiv f(c). \quad (135)$$

نجد أن الدالة النيوتروسوفكية المذكورة في البند (١.٣) والمتمثلة بالرسم البياني (٢٠) والمعادلة (76) هي دالة شبه- مستمرة نيوتروسوفكية عند  $x = 5$  وذلك لأن

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow 5} f(x) \right\}_{x < 5} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow 5} f(x) \right\}_{x > 5} \cap \{f(5)\} = [8, 11] \cap [6, 9] \cap [8, 11] = [8, 9] \neq \emptyset. \quad (136)$$

### ١١.٣ - الدالة النيوتروسوفكية المستمرة

الدالة النيوتروسوفكية  $f: \mathcal{M}_1 \rightarrow \mathcal{M}_2$  تكون مستمرة عند النقطة  $x = c$  اذا كان لجميع قيم  $\varepsilon > 0$  يوجد

$$\delta = \delta(\varepsilon) > 0, \quad (137)$$

بحيث انه لكل  $x \in \mathcal{M}_1$  ولكل  $\eta(x, c) < \delta$  توجد

$$\eta(f(x), f(c)) < \varepsilon. \quad (138)$$

لنعيد استذكار المعلومة التي تقول ان " النقطة النيوتروسوفكية "  $x = c$  هي بالعموم مجموعة  $c \in \mathcal{M}_1$ ، بينما  $\mathcal{M}_2$  و  $\mathcal{M}_1$  وهي مجاميع عناصرها الداخلية مجاميع.

### ١٢.٣ - نظرية القيمي الوسطى النيوتروسوفكية

لتكن

$$f: A \rightarrow P(A), f(x) = [a_x, b_x] \subseteq A, \quad (139)$$

حيث  $[a_x, b_x]$  تمثل فترة ولتكن

$$\begin{aligned} \inf\{f(a)\} &= a_1; \\ \sup\{f(a)\} &= a_2; \\ \inf\{f(b)\} &= b_1; \\ \sup\{f(b)\} &= b_2. \end{aligned}$$

وافرض أن

$$\min\{a_1, a_2, b_1, b_2\} = m,$$

كذلك

$$\max\{a_1, a_2, b_1, b_2\} = M.$$

إذا كانت  $f(x)$  تمثل دالة نيوتروسوفكية شبه – مستمرة على فترة مغلقة  $[a, b]$  و  $k$  تمثل عدد واقع بين  $M$  و  $m$  علما ان  $m \neq M$  عندئذ يوجد عدد مثل  $c \in [a, b]$  بحيث ان  $\{f(c)\} \ni k$  نقصد بذلك ان المجموعة  $\{f(c)\}$  تحتوي العدد  $k$  او ان  $k \in \{f(c)\}$ .

ان الاصدار او النسخة المعممة لهذه النظرية هي كما يلي

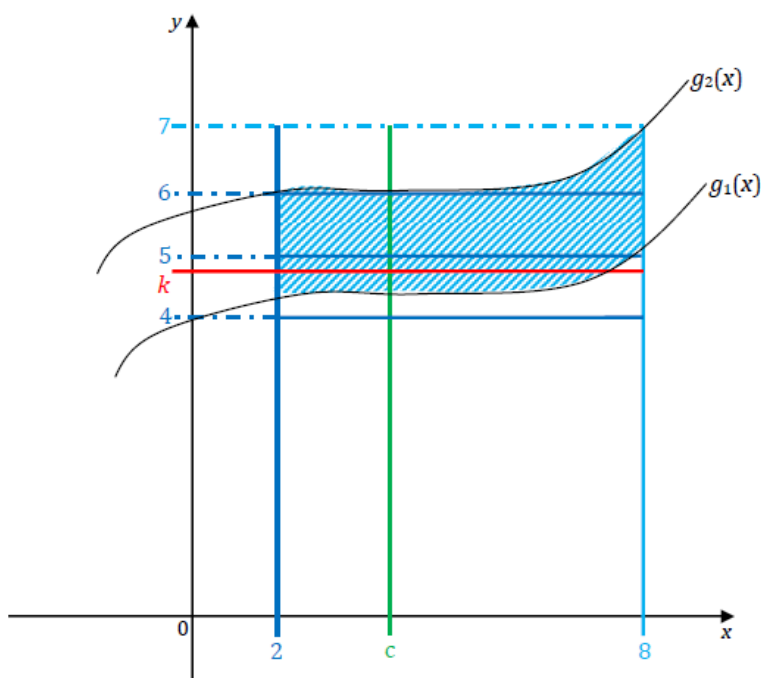
إذا كانت  $f(x)$  دالة نيوتروسوفكية شبه – مستمرة في فترة مغلقة مثل  $[a, b]$  وكانت  $\langle k_1, k_2 \rangle$  تمثل فترة محتواة في الفترة  $[m, M]$  علما انه  $m \neq M$  عندئذ توجد  $c_1, c_2, \dots, c_m$  في  $[a, b]$  حيث ان  $m \geq 1$  و  $\langle k_1, k_2 \rangle \subseteq f(c_1) \cup f(c_2) \cup \dots \cup f(c_m)$

حيث ان الصيغة  $\langle \alpha, \beta \rangle$  يقصد بها أي نوع من الفترات مغلقة كانت أو مفتوحة أو نصف مغلقة أو نصف مفتوحة وكما يلي

$[\alpha, \beta]$ , or  $(\alpha, \beta)$ , or  $[\alpha, \beta)$ , or  $(\alpha, \beta]$ .

### ٣.١٣- مثال حول نظرية القيمة الوسطى النيوتروسوفكية

لتكن  $g(x) = [g_1(x), g_2(x)]$  حيث  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  و  $g_1, g_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



الرسم البياني (٢١)

$g$  هي دالة نيوتروسوفكية مستمرة على الفترة  $[2, 8]$ ، ولتكن

$$m = \min\{4, 5, 6, 7\} = 4,$$

كذلك

$$M = \max\{4, 5, 6, 7\} = 7$$

، ولتكن  $k \in [4, 7]$ ، عندئذ نلاحظ وجود قيم عديدة لـ  $c \in [2, 8]$  بحيث أن  $k \in \{g(c)\}$ . يمكننا رؤية المستقيم العمودي أخضر اللون أعلاه،  $x = c$  على سبيل المثال  $c = 4 \in [2, 8]$ ، ان الفكرة تتلخص بأنه اذا كانت  $k \in [4, 7]$  وقمنا برسم مستقيم أحمر اللون عمودي مثل  $g = k$ ، ان هذا المستقيم العمودي الاحمر سيتقاطع مع المساحة المظلمة وفي حقيقة الامر ان هذه المنطقة تمثل رسماً للدالة النيوتروسوفكية  $g$  في الفترة  $[2, 8]$ .

### ٣.٤-١ مثال حول نظرية القيمي الوسطى النيوتروسوفكية الموسعة

لتكن  $h(x) = [h_1(x), h_2(x)]$  حيث  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  و  $h_1, h_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  حيث ان  $h$  دالة نيوتروسوفكية مستمرة على الفترة  $[3, 12]$ .  
لتكن

$$m = \min\{6, 8, 10, 12.5\} = 6,$$

و

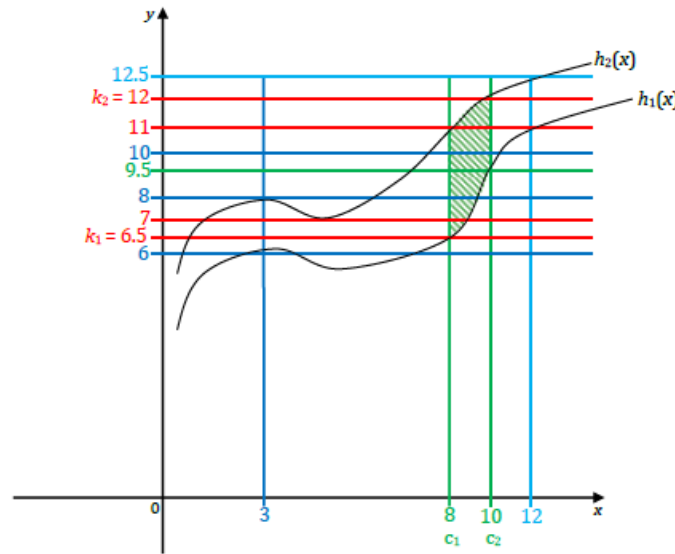
$$M = \max\{6, 8, 10, 12.5\} = 12.5,$$

ونفرض ايضا

$$[k_1, k_2] \in [6.5, 12] \subset [6, 12.5].$$

عندئذ توجد  $c_1 = 8 \in [3, 12]$  و  $c_2 = 10 \in [3, 12]$  بحيث ان

$$h(c_1) \cup h(c_2) = h(8) \cup h(10) = [6.5, 11] \cup [9.5, 12] = [6.5, 12] = [k_1, k_2]. \quad (140)$$



الرسم البياني (٢٢)

### ملاحظة :-

ان الدالة النيوتروسوفية ذات اللاتعيين هي الاكثر تعقيدا ، ان نظرية القيمي الوسطى النيوتروسوفية اكثر صعوبة وتعقيدا ، وفي الحقيقة ان لكل صنف من الدوال النيوتروسوفية توجد نظرية قيمه وسطى نيوتروسوفية بصيغة خاصة .  
وكرأي عام فان اي صنف من الدوال النيوتروسوفية تنطبق عليها نظريات تاخذ صنفا او شكلا تختلف عن تلك التي تتماشى مع اصناف اخرى من الدوال النيوتروسوفية .

### ١٥.٣ - خواص شبه الاستمرارية النيوتروسوفية

١- ان الدالة النيوتروسوفية  $f(x)$  تكون شبه مستمرة على الفترة  $[a, b]$  وذلك ان امكن ربط نقطة في المجموعة  $\{f(a)\}$  مع نقطة في المجموعة  $\{f(b)\}$  بواسطة منحنى مستمر تقليدي مثل  $\mathbb{C}$  ويكون هذا المنحنى محتوي داخل الدالة النيوتروسوفية (ذات السمك) المسماة  $f(x)$  على الفترة  $[a, b]$ .

٢- اذا كانت  $\alpha \neq 0$  عبارة عن عدد حقيقي ، وكانت  $f$  دالة نيوتروسوفية شبه - مستمرة عند  $x = c$  ، عندئذ  $\alpha \cdot f$  هي أيضا دالة نيوتروسوفية شبه - مستمرة عند  $x = c$ .  
البرهان

$$\lim_{x \rightarrow c} [\alpha \cdot f(x)] \cap \lim_{x \rightarrow c} [\alpha \cdot f(x)] \cap \{\alpha \cdot f(c)\} = \left\{ \alpha \cdot \lim_{x \rightarrow c} [f(x)] \right\} \cap \left\{ \alpha \cdot \lim_{x \rightarrow c} [f(x)] \right\} \cap \{\alpha \cdot f(c)\} = \alpha \cdot \left( \left\{ \lim_{x \rightarrow c} [f(x)] \right\} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow c} [f(x)] \right\} \cap \{f(c)\} \right) \neq \emptyset, \quad (141)$$

ولان  $\alpha \neq 0$  كذلك

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} [f(x)] \right\} \cap \lim_{x \rightarrow c} [f(x)] \cap \{f(c)\} \neq \emptyset, \quad (142)$$

بسبب ان  $f$  دالة نيوتروسوفية شبه - مستمرة.

٣- لتكن كل من  $f(x)$  و  $g(x)$  دالتان نيوتروسوفيتان شبه مستمرتان عند  $x = c$  ، حيث ان  $f, g: A \rightarrow B$

عندئذ نجد أن

$$(f + g)(x), (f - g)(x), (f \cdot g)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (143)$$

كلها دوال نيوتروسوفية شبه - مستمرة عند  $x = c$

البراهين

$f(x)$  هي شبه - مستمرة عند  $x = c$  يعني ان

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\} \cap \{f(c)\} \neq \emptyset \quad (144)$$

لذلك فان

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\} = M_1 \cup L_1 \quad (145)$$

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\} = M_1 \cup R_1 \quad (146)$$

و

$$\{f(c)\} = M_1 \cup V_1 \quad (147)$$

حيث ان  $M_1, L_1, R_1, V_1$  كلها مجاميع جزئية من  $B$  و  $M_1 \neq \emptyset$  بينما

$$L_1 \cap R_1 \cap V_1 = \emptyset$$

وبنفس الحالة ،  $g(x)$  هي شبه - مستمرة عند  $x = c$  يعني ان

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right\} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right\} \cap \{g(c)\} \neq \emptyset, \quad (148)$$

لذلك فان

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right\} = M_2 \cup L_2 \quad (149)$$

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right\} = M_2 \cup R_2 \quad (150)$$

و

$$\{g(c)\} = M_2 \cup V_2 \quad (151)$$

علما ان  $M_2, L_2, R_2, V_2$  كلها مجاميع جزئية من  $B$  و  $M_2 \neq \emptyset$  بينما

$$L_2 \cap R_2 \cap V_2 = \emptyset$$

الان

$$f + g: A \rightarrow B$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad (152)$$

و  $(f + g)(x)$  هي شبه - مستمرة عند  $x = c$  اذا تحقق

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} (f + g)(x) \right\} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow c} (f + g)(x) \right\} \cap \{(f + g)(c)\} \neq \emptyset \quad (153)$$

او

$$\left\{ \lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] \right\} \cap \left\{ \lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] \right\} \cap \{f(c) + g(c)\} \neq \emptyset \quad (154)$$

او

$$\left( \left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\} + \left\{ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right\} \right) \cap \left( \left\{ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right\} + \left\{ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right\} \right) \cap \left( \{f(c)\} + \{g(c)\} \right) \neq \emptyset \quad (155)$$

أو

$$(M_1 \cup L_1 + M_2 \cup L_2) \cap (M_1 \cup R_1 + M_2 \cup R_2) \cap (M_1 \cup V_1 + M_2 \cup V_2) \neq \emptyset. \quad (156)$$

إلا أن هذا التقاطع ليس فارغا وذلك لأنه لو كانت  $m_1 \in M_1 \neq \emptyset$  و  $m_2 \in M_2 \neq \emptyset$  فإن  $m_1 \in M_1 \cup L_1$ , and  $m_1 \in M_1 \cup R_1$ , and  $m_1 \in M_1 \cup V_1$  (\*)

و

$$m_2 \in M_2 \cup L_2, \text{ and } m_2 \in M_2 \cup R_2, \text{ and } m_2 \in M_2 \cup V_2 \quad (**)$$

والتالي فإن

$$m_1 + m_2 \in M_1 \cup L_1 + M_2 \cup L_2,$$

و

$$m_1 + m_2 \in M_1 \cup R_1 + M_2 \cup R_2,$$

و

$$m_1 + m_2 \in M_1 \cup V_1 + M_2 \cup V_2.$$

لذلك فإن  $(f + g)(x)$  هي أيضا دالة نيوتروسوفكية شبه- مستمرة عند  $x = c$ . وبشكل مشابه يمكن للقارئ اثبات أن  $f - g, f \cdot g$  و  $\frac{f}{g}$  كلها دوال نيوتروسوفكية شبه مستمرة عند  $x = c$  مما سبق يمكننا استنتاج أن

$$m_1 - m_2 \in M_1 \cup L_1 - M_2 \cup L_2; \quad (157)$$

$$m_1 - m_2 \in M_1 \cup R_1 - M_2 \cup R_2; \quad (158)$$

$$m_1 - m_2 \in M_1 \cup V_1 - M_2 \cup V_2. \quad (159)$$

أي أن  $(f - g)(x)$  هي دالة نيوتروسوفكية شبه- مستمرة عند  $x = c$ . مرة أخرى ، ومما سبق من معلومات نجد أن

$$m_1 \cdot m_2 \in (M_1 \cup L_1) \cdot (M_2 \cup L_2); \quad (160)$$

$$m_1 \cdot m_2 \in (M_1 \cup R_1) \cdot (M_2 \cup R_2); \quad (161)$$

$$m_1 \cdot m_2 \in (M_1 \cup V_1) \cdot (M_2 \cup V_2). \quad (162)$$

وبذلك يعني أن  $(f - g)(x)$  تمثل دالة نيوتروسوفكية شبه - مستمرة، وأخيرا نجد أن المعلومات المذكورة في (\*) و (\*\*) تجعلنا نصل لحقيقة أن :-

$$\frac{m_1}{m_2} \in \frac{M_1 \cup L_1}{M_2 \cup L_2}; \quad (163)$$

$$\frac{m_1}{m_2} \in \frac{M_1 \cup R_1}{M_2 \cup R_2}; \quad (164)$$

$$\frac{m_1}{m_2} \in \frac{M_1 \cup V_1}{M_2 \cup V_2}. \quad (165)$$

بهذا فإن  $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$  هي دالة نيوتروسوفكية شبه- مستمرة عند  $x = c$ .

### ١٦.٣ - خواص الاستمرارية النيوتروسوفكية

سنجد في هذا البند وبطريقة مشابهة للمفاهيم الموجودة في حساب التفاضل والتكامل التقليدي ، انه لو كانت  $f(x), g(x)$  دوال نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$  ، وكانت  $\alpha \in \mathbb{R}$  عبارة عن قياسي ( scalar )

$$\alpha \cdot f(x), (f + g)(x), (f - g)(x), (fg)x, \text{ and } \left(\frac{f}{g}\right)x$$

حيث  $g(x) \neq c$  ، كلها دوال نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$  والبراهين بطبيعة الحال نجدها مباشرة كما في حساب التفاضل والتكامل التقليدي. بما ان كلا من  $f(x), g(x)$  دوال نيوتروسوفكية مستمرة ، اي ان

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) \equiv \lim_{x < c} f(x) \equiv \lim_{x > c} f(x) \equiv f(c) \quad (166)$$

و

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) \equiv \lim_{x < c} g(x) \equiv \lim_{x > c} g(x) \equiv g(c) \quad (167)$$

١- لو ضربنا طرفي العلاقة (166) ب  $\alpha$  سنحصل على

$$\alpha \cdot \lim_{x \rightarrow c} f(x) \equiv \alpha \cdot \lim_{x < c} f(x) \equiv \alpha \cdot \lim_{x > c} f(x) \equiv \alpha \cdot f(c) \quad (168)$$

او

$$\lim_{x \rightarrow c} [\alpha \cdot f(x)] \equiv \lim_{x < c} [\alpha \cdot f(x)] \equiv \lim_{x > c} [\alpha \cdot f(x)] \equiv \alpha \cdot f(c) \quad (169)$$

أي ان  $\alpha \cdot f(x)$  هي دالة نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$  .

٢- لو اضعنا حدود العلاقتين (166) و (167) حداً للحد المقابل له سنحصل على

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x) \equiv \lim_{x < c} f(x) + \lim_{x < c} g(x) \equiv \lim_{x > c} f(x) + \lim_{x > c} g(x) \equiv f(c) + g(c) \quad (170)$$

أو

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] \equiv \lim_{x < c} [f(x) + g(x)] \equiv \lim_{x > c} [f(x) + g(x)] \equiv f(c) + g(c) \quad (171)$$

أي ان  $(f + g)(x)$  تمثل دالة نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$  .

٣- بطريقة مشابهة ، لو قمنا بطرح (167) من (166) حداً للحد المقابل له سنحصل على :-

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x) \equiv \lim_{x < c} f(x) - \lim_{x < c} g(x) \equiv \lim_{x > c} f(x) - \lim_{x > c} g(x) \equiv f(c) - g(c) \quad (172)$$

أو

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) - g(x)] \equiv \lim_{x < c} [f(x) - g(x)] \equiv \lim_{x > c} [f(x) - g(x)] \equiv f(c) - g(c) \quad (173)$$

أي ان  $(f - g)(x)$  تمثل دالة نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$  .



٤- لو ضربنا العلاقتين (166) و (167) مع بعضهما ( كل حدٍ بالحد المقابل له ) سنحصل على

$$\left[ \lim_{x \rightarrow c} f(x) \right] \cdot \left[ \lim_{x \rightarrow c} g(x) \right] \equiv \left[ \lim_{x < c} f(x) \right] \cdot \left[ \lim_{x > c} g(x) \right] \equiv f(c) \cdot g(c) \quad (174)$$

أو

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) \cdot g(x)] \equiv \lim_{x \rightarrow c} [f(x) \cdot g(x)] \equiv f(c) \cdot g(c) \quad (175)$$

أي ان  $(f \cdot g)(x)$  تمثل دالة نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$   
 ٥- لو قمنا بقسمة العلاقتين (166) ، (167) كل حدٍ على الحد المقابل له ، على إفتراض ان  $g(x) \neq 0$  لجميع قيم  $x$  سنحصل على

$$\frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)} \equiv \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)} \equiv \frac{f(c)}{g(c)} \quad (176)$$

أو

$$\lim_{x \rightarrow c} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] \equiv \lim_{x \rightarrow c} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] \equiv \frac{f(c)}{g(c)} \quad (177)$$

أي ان  $\left( \frac{f}{g} \right)(x)$  تمثل دالة نيوتروسوفكية مستمرة عند  $x = c$  .

### ١٧.٣- تعريف $M - \delta$ للغايات النيوتروسوفكية اللانهائية

ان الغايات اللانهائية النيوتروسوفكية باستخدام  $M - \delta$  يعد توسعة للغايات اللانهائية التقليدية وكما يلي :

- أ-  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = +\infty$  تعني أنه لكل  $M > 0$  يوجد  $\delta = \delta(M) > 0$  ، بحيث ان  $\eta(x, c) < \delta$  ، عندئذ  $\inf\{f(x)\} > M$  .
- ب-  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = -\infty$  تعني انه لكل  $N < 0$  يوجد  $\delta = \delta(N) > 0$  ، بحيث ان  $\eta(x, c) < \delta$  ، عندئذ  $\sup\{f(x)\} < N$  .

### ١٨.٣ - أمثلة عن الغايات اللانهائية النيوتروسوفكية

١ - لناخذ الدالة النيوتروسوفكية

$$f(x) = \frac{[2, 5]}{x - 1}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{[2, 5]}{x - 1} = -\infty \quad (178)$$

و

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{[2, 5]}{x - 1} = +\infty. \quad (179)$$

لذلك  $x = 1$  يمثل المحاذي العمودي للدالة  $f(x)$  ،

لطبق التعريف على الغاية النيوتروسوفكية من اليسار ، لتكن  $N < 0$  ومن اجل  $x < 1$  ،

$$\eta(x, c) = \eta(x, 1) = |x - 1| < \frac{[2, 5]}{|N|} = \delta(N) = \delta, \quad (180)$$

والتي تكافئ

$$-\frac{[2, 5]}{|N|} < x - 1 < \frac{[2, 5]}{|N|} \quad (181)$$

عندئذ

$$f(x) = \frac{[2, 5]}{x - 1} < \frac{[2, 5]}{-\frac{[2, 5]}{|N|}} = -|N| = N \quad (182)$$

لذلك نجد

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty \quad (183)$$

$$٢ - \text{ لتكن } (x) = \frac{4}{(1,3)x^2}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{4}{(1,3)x^2} = +\infty \quad (184)$$

و

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{4}{(1,3)x^2} = +\infty, \quad (185)$$

بذلك

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(1,3)x^2} = +\infty. \quad (186)$$

لذلك فان  $x = 0$  تمثل محاذيا عموديا للدالة النيوتروسوفكية  $g(x)$  ، لنستخدم الان تعريف

$M - \delta$  لحساب الغاية نفسها. لنفرض أن  $M > 0$  . إذا كانت

$$\eta(x, c) = \eta(x, 0) = \eta(x) = |x| < \frac{1}{(\sqrt{1}, \sqrt{3})\sqrt{M}} = \delta(m) = \delta \quad (187)$$

عندئذ

$$g(x) = \frac{4}{(1,3)x^2} > \frac{4}{(1,3) \cdot \left[ \frac{1}{(\sqrt{1}, \sqrt{3})\sqrt{M}} \right]^2} = \frac{4}{(1,3) \cdot \frac{1}{(1,3)M}} = \frac{4}{\frac{(1,3)/(1,3)}{M}} = 4M / \left( \frac{1}{3}, 3 \right) =$$

حيث أن

$$(1,3)/(1,3) = (1/3, 3/1) = (1/3, 3)$$

مما يؤدي الى ان المقدار اعلاه يساوي

$$= (\frac{4}{3}M, 12M) = M(\frac{4}{3}, 12), \text{ and } \inf\{M(\frac{4}{3}, 12)\} = \frac{4}{3}M > M. \quad (188)$$

وبالتالي فان

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty. \quad (189)$$

٣- لنفرض أن

$$h(x) = \frac{x^2+7}{x-(\text{either } 2 \text{ or } 3)} \quad (190)$$

تمثل دالة نيوتروسوفكية ( وتعني اننا غير متاكدين فيما اذا كانت  $x-2$  او  $x-3$  ) والتي تكافئ إحدى الدالتين التقليديتين التاليتين:

$$h_1(x) = \frac{x^2+7}{x-2} \quad \text{or} \quad h_2(x) = \frac{x^2+7}{x-3}. \quad (191)$$

وبالتالي فإن

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \text{either } 2 \text{ or } 3 \\ x < \text{either } 2 \text{ or } 3 \text{ respectively}}} \frac{x^2+7}{x-(\text{either } 2 \text{ or } 3)} = -\infty \quad (192)$$

و

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \text{either } 2 \text{ or } 3 \\ x > \text{either } 2 \text{ or } 3 \text{ respectively}}} \frac{x^2+7}{x-(\text{either } 2 \text{ or } 3)} = +\infty \quad (193)$$

لذلك، إما  $x=2$  أو  $x=3$  يمثلان محاذيين عموديين لـ  $h(x)$

٤- هناك نوع اخر من الغايات النيوتروسوفية وهو:

$$\lim_{x \rightarrow 2+3I} \frac{x^2+(1+I)x}{2x+4-6I} = \frac{(2+3I)^2+(1+I)(2+3I)}{2(2+3I)+4-6I} = \frac{4+12I+9I^2+2+3I+2I+3I^2}{4+6I+4-6I} = \frac{6+17I+12I^2}{8} = \frac{6+17I+12I}{8} = \frac{6+29I}{8} = \frac{6}{8} + \frac{29}{8}I \quad (194)$$

حيث  $I$  هنا تمثل مركبة اللاتعيين مع الاخذ بنظر الاعتبار ان  $0 \cdot I = 0$  و  $I^2 = I$ .

### ١٩.٣- دالة نيوتروسوفكية مجالها ومجالها المقابل مجاميع

$$f: \mathcal{P}(M) \rightarrow \mathcal{P}(N), f(A) = B, \quad (195)$$

حيث ان  $M$  و  $N$  مجاميع ، و  $A \in \mathcal{P}(M)$  او  $A \subseteq M$  ،

كذلك  $B \in \mathcal{P}(N)$  او  $B \subseteq N$ . ان صيغة الدالة اعلاه يعد تعميما للدالة التي مجالها ومجالها المقابل بشكل فترة .

مثال

$$f: \mathcal{P}(R) \rightarrow \mathcal{P}(R) \quad (196)$$

$$f(\{1, 3, 5\}) = \{2, 6\} \quad (197)$$

$$f([1, 4]) = [2, 3] \quad (198)$$

$$f((1, 0)) = 5 \quad (199)$$

$$f([-2, 3] \cup \{6\}) = x^2 = [4, 9] \cup \{36\}. \quad (200)$$

تعد  $\mathcal{P}(M)$  مجموعة كل المجاميع الجزئية من  $M$  ، كذلك فان  $\mathcal{P}(N)$  مجموعة كل المجاميع الجزئية من  $N$ .

ان المتري الجزئي  $\eta$  والمعيار  $\mu$  كلاهما معرفين جيدا على  $\mathcal{P}(M)$  و  $\mathcal{P}(N)$  ، كما ان تعاريف كل من الغاية النيوتروسوفية ، الاستمرارية النيوتروسوفية ، المشتقة النيوتروسوفية والتكامل النيوتروسوفي كلها تعميمات او هي بالاحرى توسيعات نفسها باستخدام المتري - الجزئي  $\eta$  و / او المعيار  $\mu$ .

### ٣.٢٠ - الاشتقاق النيوتروسوفي

ان التعريف الاساسي العام لمشتقة الدالة النيوتروسوفية  $f_N(x)$  هي

$$f'_N(X) = \lim_{\mu(H) \rightarrow 0} \frac{\langle \inf f(X+H) - \inf f(X), \sup f(X+H) - \sup f(X) \rangle}{H}. \quad (201)$$

حيث ان  $\langle a, b \rangle$  تعني فترة مغلقة أو مفتوحة أو نصف مفتوحة. وكحالة خاصة من التعريف اعلاه عندما  $H$  تكون فترة

$$f'_N(X) = \lim_{[\inf H, \sup H] \rightarrow [0, 0]} \frac{[\inf f(X+H) - \inf f(X), \sup f(X+H) - \sup f(X)]}{[\inf H, \sup H]} \quad (202)$$

هي مشتقة نيوتروسوفية لـ  $f(X)$

بطريقة مبسطة اكثر نجد

$$f'_N(X) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\inf f(X+h) - \inf f(X), \sup f(X+h) - \sup f(X)]}{h}. \quad (203)$$

كلا التعريفين (201) و (203) هما تعميان لتعريف المشتقة التقليدي، لأنه في حقيقة الامر عندما تكون الدوال والمتغيرات كلها هشة (تقليدية) سيكون عندها

$$[\inf H, \sup H] \equiv h \quad (204)$$

و

$$\inf f(X+H) \equiv \sup f(x+H) \equiv f(x+h) \quad (205)$$

$$\inf f(X) \equiv \sup f(X) \equiv f(x). \quad (206)$$

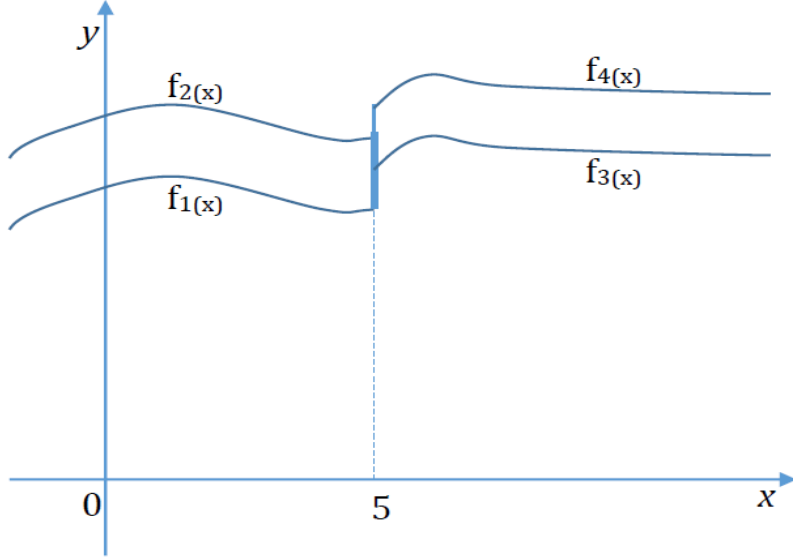
لنرى بعض الامثلة الآتية :

$$1) f(X) = [2x^3 + 7x, x^5]. \quad (207)$$

$$\begin{aligned} f'_N(X) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h)^3 + 7(x+h) - 2x^3 - 7x, (x+h)^5 - x^5]}{h} = \\ &= \left[ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^3 + 7(x+h) - 2x^3 - 7x}{h}, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^5 - x^5}{h} \right] = \\ &= \left[ \frac{d}{dx} (2x^3 + 7x), \frac{d}{dx} (x^5) \right] = [6x^2 + 7, 5x^4]. \end{aligned} \quad (208)$$

(٢) لتكن  $g: R \rightarrow \mathcal{P}(R)$  معرفة بالشكل التالي:

$$g(x) = \begin{cases} [f_1(x), f_2(x)], & \text{if } x \leq 5; \\ [f_3(x), f_4(x)], & \text{if } x > 5. \end{cases} \quad (209)$$



الرسم البياني (٢٣)

ان أي دالة تقليدية مثل  $f$  تكون قابلة للاشتقاق عند نقطة مثل  $x = c$  إذا تحقق ما يلي :

$f$  مستمرة عند  $x = c$  ،  $f$  مصقولة عند  $x = c$  ، كما وان  $f$  ليس لها مماس عمودي عند  $x = c$  ، بينما  $g(x)$  تكون قابلة للاشتقاق نيوتروسوفيا على  $\mathbb{R} \setminus \{5\}$  اذا كانت  $f_1, f_2, f_3, f_4$  كلها قابلة للاشتقاق:

$$g'(x) = \begin{cases} [f'_1(x), f'_2(x)], & \text{if } x < 5; \\ [f'_3(x), f'_4(x)], & \text{if } x > 5. \end{cases} \quad (210)$$

عند  $x = 5$  ، نجد ان الدالة النيوتروسوفية  $g(x)$  قابلة للاشتقاق اذا كانت :

$$[f'_1(5), f'_2(5)] \equiv [f'_3(5), f'_4(5)], \quad (211)$$

والا فان  $g(x)$  لديها شبه-مشتقة عند  $x = 5$  كما نجد في الشكل السابق، اذا كانت

$$[f'_1(5), f'_2(5)] \cap [f'_3(5), f'_4(5)] \neq \emptyset, \quad (212)$$

او ان  $g(x)$  لا تكون قابلة للاشتقاق عند  $x = 5$  ، اذا كانت

$$[f'_1(5), f'_2(5)] \cap [f'_3(5), f'_4(5)] = \emptyset. \quad (213)$$

٣- فيما يلي مثال اخر حول الاشتقاق النيوتروسوفي

لتكن  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{I\}$  حيث ان  $I$  تمثل اللاتعيين

$$f(x) = 3x - x^2I \quad (214)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h) - (x+h)^2I] - [3x - x^2I]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x + 3h - x^2I - 2xhI - h^2I - 3x + x^2I}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3 - 2xI - hI)}{h} = \\ &= 3 - 2xI - 0 \cdot I = 3 - 2xI. \end{aligned} \quad (215)$$

بينما نستطيع الحصول على هذه النتيجة وبشكل مباشر

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(3x) - \frac{d}{dx}(x^2I) = 3 - I \frac{d}{dx}(x^2) = 3 - 2xI. \quad (216)$$

٤- مثال آخر فيه اللاتعيين مشذب :

$I_1$  = نوع من انواع اللاتعيين نسميه النوع الاول

$I_2$  = نسميه النوع الثاني من اللاتعيين

لتكن

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{I_1\} \cup \{I_2\}, \quad (217)$$

$$g(x) = -x + 2xI_1 + 5x^3I_2, \quad (218)$$

عندئذ:

$$g'(x) = \frac{d}{dx}(-x) + \frac{d}{dx}(2xI_1) + \frac{d}{dx}(5x^3I_2) = -1 + 2I_1 + 15x^2I_2. \quad (219)$$

### ٣.٢١ - التكامل النيوتروسوفي غير المحدد

نحن في مفهوم التكامل سنقوم بتوسيع المفهوم الكلاسيكي لتعريف نقيض -المشتقة (عكس- المشتقة)

ان نقيض (عكس) مشتقة الدالة النيوتروسوفية  $f(x)$  هي ايضا دالة نيوتروسوفية  $F(x)$  بحيث ان  $F'(x) = f(x)$ .  
فمثلا

١- لتكن

$$f: R \rightarrow R \cup \{I\}, f(x) = 5x^2 + (3x + 1)I. \quad (220)$$

عندئذ ،

$$F(X) = \int [5x^2 + (3x + 1)I]dx = \int 5x^2 dx + \int (3x + 1)I dx = 5 \cdot \frac{x^3}{3} + I \int (3x + 1)dx = \frac{5x^3}{3} + \left(\frac{3x^2}{2} + x\right)I + C, \quad (221)$$

بحيث ان C يمثل ثابت حقيقي غير معين ( نعني بذلك ثابت بالصيغة  $a+bI$ , حيث ان كل من  $a, b$  هي اعداد حقيقية ، بينما I يمثل اللاتعيين )  
٢- لاتعيين مشذب

لتكن

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \cup \{I_1\} \cup \{I_2\} \cup \{I_3\}, \quad (222)$$

حيث ان  $I_1, I_2, I_3$  كلها انواع من لاتعيينات فرعية

$$g(x) = -5 + 2I_1 - x^4 I_2 + 7x I_3. \quad (223)$$

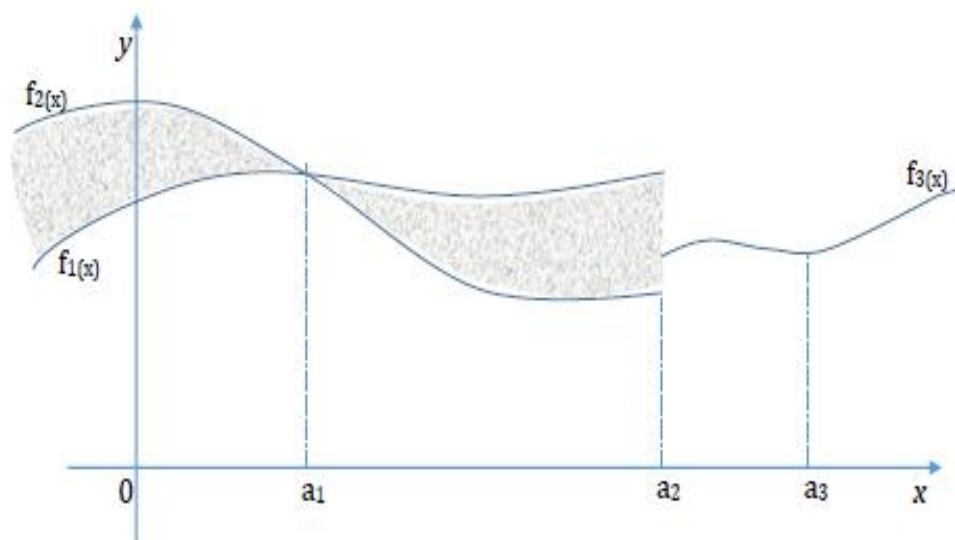
عندئذ

$$\int g(x)dx = \int [-5 + 2I_1 - x^4 I_2 + 7x I_3]dx = -5x + 2x I_1 - \frac{x^5}{5} I_2 + \frac{7x^2}{2} I_3 + a + bI, \quad (224)$$

إذ ان  $a, b$  تمثل ثوابت حقيقية .

لتكن

$$1. \text{ Let } h: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}) \quad (225)$$



الرسم البياني (٢٤)

بحيث ان

$$h(x) = \begin{cases} [f_1(x), f_2(x)], & \text{if } x \leq a_2 \\ f_3(x), & \text{if } x > a_2 \end{cases} \quad (226)$$

علما ان  $h(x)$  لها جزء يمثل دالة سمك وذلك لجميع قيم  $x \in (-\infty, a_2]$  ، وجزء اخر يمثل دالة تقليدية عادية وذلك لجميع قيم  $x \in (a_2, +\infty)$  . نحن الان سنقوم بحساب التكامل النيوتروسوفي المنتهي

$$\begin{aligned} \alpha &= \\ \int_0^{a_3} h(x) dx &= \\ \int_0^{a_1} [f_1(x), f_2(x)] dx &+ \\ \int_{a_1}^{a_2} [f_2(x), f_1(x)] dx &+ \int_{a_2}^{a_3} f_3(x) dx = \left[ \int_0^{a_1} f_1(x) dx, \int_0^{a_1} f_2(x) dx \right] + \\ \left[ \int_{a_1}^{a_2} f_2(x) dx, \int_{a_1}^{a_2} f_1(x) dx \right] &+ \int_{a_2}^{a_3} f_3(x) dx = [A, B] + [C, D] + [E, E] = \\ [A + C + E, B + D + E] & \quad (227) \end{aligned}$$

حيث من المعلوم ان



$$A = \int_0^{a_1} f_1(x)dx, B = \int_0^{a_1} f_2(x)dx, C = \int_{a_1}^{a_2} f_2(x)dx, D = \int_{a_1}^{a_2} f_1(x)dx, \text{ and } E = \int_{a_2}^{a_3} f_3(x)dx. \quad (228)$$

وبما ان  $h(x)$  هي دالة سمك بين 0 و  $a_2$  ، سنمثل الناتج  $\alpha$  للتكامل النيوتروسوفي المنتهي كما يلي :

$$\alpha \in [A + C + E, B + D + E], \quad (229)$$

ولانه يمكن للقارئ أن يأخذ  $\alpha = A + C + E$  كما في حسابان التفاضل والتكامل التقليدي ( نقصد بذلك المساحة الموجودة اسفل المنحني الاكثر انخفاضا ) او قد تمثل  $\alpha$  كما يلي:

$$\alpha = \frac{(A+C+E)+(B+D+E)}{2} = \frac{A+B+C+D}{2} + E \quad (230)$$

(نقصد بالمعدل هي تلك المساحة اسفل المنحني مارا خلال منتصف المساحة المظللة)، او ربما  $\alpha$  أعظم مساحة ممكنة

$$\alpha = B + D + E. \quad (231)$$

بالاعتماد على طبيعة المسألة المحلولة، إذ يستطيع الرياضي المحترف باستخدام ادوات المنطق النيوتروسوفي اختيار قيمة أكثر ملائمة لمسألته .

$$\alpha \in [A + C + E, B + D + E]. \quad (232)$$

### ٢٣.٣- تعريف مبسط للتكامل النيوتروسوفي المحدد

لتكن  $f_N$  دالة نيوتروسوفكية

$$f_N: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}) \quad (233)$$

التي تكون إما مستمرة او شبه- مستمرة على الفترة  $[a, b]$  عندئذ

$$\int_a^b f_N(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f_N(C_i) \frac{b-a}{n} \quad (234)$$

حيث  $C_i \in [x_{i-1}, x_i]$  لجميع قيم  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  و  $a \equiv x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n \equiv b$  كلها عناصر داخلية ، او قواسم فرعية من الفترة  $[a, b]$  ، بالضبط كما في التعريف التقليدي للتكامل ، الا ان  $f_N(C_i)$  ربما تكون مجموعة من اعداد حقيقية ( ليس بالضرورة ان تكون صيغة هذه الاعداد الحقيقية بنفس صيغة تلك الاعداد المعرفة لدينا في حسابان التفاضل والتكامل التقليدي ) او قد تملك  $f_N(C_i)$  بعضا من اللاتعيين.

### ٢٤.٣- تعريف عام للتكامل النيوتروسوفي المحدد

لتكن

$$f_N: \mathcal{P}(M), \rightarrow \mathcal{P}(N), \quad (235)$$

حيث ان  $M, N$  تمثل مجاميع معطاة و  $\mathcal{P}(M)$  و  $\mathcal{P}(N)$  هي مجاميع من  $M, N$  مرفوعة لقوى معينة على التوالي ،  $f_N$  هي دالة ذات مجال  $\mathcal{P}(M)$  ومجالها المقابل  $\mathcal{P}(N)$  ، فضلا عن ان هذه الدالة تملك بعضا من اللاتعيين وبذلك فان  $f_N$  هي دالة ذات مجال ومجال مقابل عبارة عن

مجاميع ، ان الدالة  $f_N$  تنتقل لنا مجموعة من  $M$  الى مجموعة في  $N$  ، لذلك لو فرضنا ان  $A, B \in \mathcal{P}(M)$  عندئذ،

$$\int_A^B f_N(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f_N(C_i) \cdot \frac{\eta(B,A)}{n}, \quad (236)$$

حيث ان

$$\begin{aligned} \inf A &\equiv \inf x_0 < \inf x_1 < \dots < \inf x_{n-1} < \inf x_n \equiv \inf B \\ \sup A &\equiv \sup x_0 < \sup x_1 < \dots < \sup x_{n-1} < \sup x_n \equiv \sup B \end{aligned}$$

ونحن نعلم ان

$$(C_i) \in \mathcal{P}(M)$$

بحيث ان

$$\inf X_{i-1} \leq \inf C_i \leq \inf X_i$$

و

$$\sup X_{i-1} \leq \sup C_i \leq \sup X_i, \text{ for } i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

لذلك فان الغايات العليا والسفلى للتكامل النيوتروسوفي عبارة عن مجاميع ( وليس بالضرورة ان تكون اعدادا هشة، كما في حساب التفاضل والتكامل التقليدي)، كذلك فان  $C_i$  لجميع قيم  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  وكذلك  $f_N(C_i)$  هي مجاميع (وليس اعداد هشة كما في حساب التفاضل والتكامل التقليدي) وبلاضافة الى ذلك ، ربما يكون هناك بعض اللاتعيين الاضافي المتعلق بقيم هذه الكينونات.

## الفصل الرابع

### الخاتمة

ان التحليل النيوتروسوفي يعد تعميما لتحليل المجموعة ، والتي بدورها تعد تعميما لتحليل الفترة ، ان الحساب النيوتروسوفي التمهيدي يشير الى قيم ثابتة للاتعيين (الاتحديد) ، بينما حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي يمكن اعتبارها رياضيات ذات لاتعيين متغير .

مبادئ حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي وحساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي يمكن تطويرهما بطرق عديدة ، وذلك بالاعتماد على انواع الاتعيين التي تملكها المسألة كذلك بالاعتماد على الطرق المستخدمة في التعامل معها .

قدم المؤلف في هذا الكتاب ولاول مرة افكار لكل من شبه الغاية النيوتروسوفكية ، وشبه الاستمرارية النيوتروسوفكية بطرق مختلفة عن شبه – الاستمرارية التقليدية ، وشبه المشتقة النيوتروسوفكية ، وشبه التكامل النيوتروسوفي بطرق تختلف عن حساب التفاضل والتكامل الجزئي الاعتيادي ، بالاضافة الى التعاريف التقليدية للغاية والاستمرارية والمشتقة والتكامل تباعا .

يمكن مستقبلا دراسة حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي الجزئي من خلال ابحاث متقدمة في هذا المضمار .

قدمنا في هذا الكتاب بعض الامثلة عن الاتعيينات الخاصة ، لكن يوجد الكثير من الاتعيينات في حياتنا اليومية ، يجب علينا دراستها واعادة حلها باستخدام طرق مشابهة او طرق مختلفة عن التي ذكرناها . لذلك نحن بحاجة الى مزيد من الابحاث العلمية في حقل النيوتروسوفك .

## ثبت المصطلحات

### -A-

Absolute Number	عدد مطلق
Absolute Value	القيمة المطلقة
Accuracy	دقة
Addition	جمع
Algebra	الجبر
Algorithm	خوارزمية
Amount	مقدار
Analysis	تحليل
Anti-derivative	عكس المشتقة
Anti- integration	عكس- التكامل
Application	تطبيق
Applied	تطبيقي
Approximation	تقريب
Appurtenance	الملحق- التابع- الملحقة
Arbitrary	اختياري
Argument of the function= Domain	مجال الدالة
Arithmetic	حساب
Asymptote	محاذي
Axis	احداثي
Axiom	مسلمة (بديهية)

### -B-

Basic	أساسي
Binary	ثنائي
Binomial	ثنائي الحد = ذات الحدين

Bisect	ينصف
Boundary	حدود
Bounded	محدود
<b>-C-</b>	
Calculus	حساب التفاضل والتكامل (حسبان التفاضل والتكامل )
Call	استدعاء
Cardinality of the set S is	المجموعة أس مكونة من عنصر واحد
Center	مركز
Center difference	فروق مركزية
Centroid	المركز (نقطة التمرکز)
Characteristic	مميز
Characterizes	يصف ، يميز
Circumference	محيط
Classical	تقليدي
Closed	مغلق
Closed internal	مجال مغلق
Coefficients	معاملات
Coincide	يتطابق
Column	عمود
Common	مشترك
Commutative	إبدال
Comparison	مقارنة
Complement	متمم
Complex	عقدي
Computation	حساب
Condition	شرط
Constant	ثابت
Continuity	استمرارية
Convergent	متقارب
Connected	متصل

Corresponding extremities	الاطراف المتناظرة (الاطراف المتماثلة)
Crisp	هش
Crisp data	بيانات هشة (بيانات تقليدية ليست مضببة او نيوتروسوفية)
Curve	منحني – قوس
Cross Product	الضرب الاتجاهي
Cycle	دورة
Cylinder	اسطوانة

**-D-**

Data	معلومات
Decimal	عشري
Decreasing	متناقص
Define	يعرف
Definition	تعريف
Derivative	مشتقة
Determinate	معين
Diagonal	قطر
Diagram	رسم تخطيطي
Differences	فروق
Differential	تفاضلي
Differentiation	تفاضل
Dimension	بعد
Distribution	توزيع
discrete	متقطع
Divergent	متباعد
Dot Product	الضرب النقطي

**-E-**

Element	عنصر
Elementary	اولي

Elimination	حذف
Ellipse	قطع ناقص
Equal	يساوي
Equation	معادلة
Equations System	نظام معادلات
Empty	خالي – فارغ
Equal	متساوي
Error	خطأ
Even	متعاذل
Even function	دالة زوجية
Exclusion	استبعاد
Expansion	نشر
Exponential	أسي
Extrapolation	استكمال

**-F –**

Factor	عامل
False	خطأ
False position	الوضع الخاطئ
Field	حقل
Finite	منته
Finite Differences	فروق منتهية
Formula	صيغة
Frontiers	حدود ( تخوم حدودية)
Function	دالة
Functional	دالي
Fundamental	أساسي

**-G –**

General term	حد عام
Geometric	هندسي

Global	شامل
Group	زمرة

– H –

Half	نصف
Homogeneous	متجانس
Horizontal	أفقي
Hypothesis	فرضية

-I-

Ideals	مثاليات
Implicit	ضمني
Inclusion isotonicity	التوتر المتساو
Indeterminacy	لاتعيين (لاتحديد)

Inequality	متراجحة
Infinite	لا نهائي
Infimum	اكبر نهاية صغرى
Initial	ابتدائي
Integer	عدد صحيح
Integral	تكامل
Intended	مقصود ، مراد
Interval	فترة
Inverse	معكوس

– L –

Law	قانون
Least-squares	المربعات الصغرى
Limit	غاية (نهاية)
Linear	خطي



Linear Algebra	جبر خطي
Lower bound	حد سفلي
Logarithm	لوغاريتم
– M –	
Main	رئيسي
Map	تطبيق
Matrix	مصفوفة
Mean	متوسط
Measure	قياس
Mereology = Semi = Quasi	شبه
Multiple	مضاعف
Multiple- middles	مستويات متعددة
-N-	
Necessary	لازم
Negative	سالبة
Neutrosophic Logic	المنطق النيوتروسوفي (معرفة الفكر المحايد)
Neutrosophic Statistic	الإحصاء النيوتروسوفي (معرفة الفكر المحايد)
Neutrosophic Sets	المجاميع النيوتروسوفية (معرفة الفكر المحايد)
Neutrosophic Point	النقطة النيوتروسوفية (معرفة الفكر المحايد)
Neutrosophic thick function	دالة السمك النيوتروسوفية (معرفة الفكر المحايد)
Neutrosophic mereology- limit	شبه – الغاية النيوتروسوفية
Nonlinear	لا خطي
Non- discrete	غير متقطع
Norm	معياري
Notation	ترميز ، رمز
Number	عدد
Numerical	عددي

**-O-**

Open	مفتوح
Operator	مؤثر
Openness	انفتاح
Order	مرتبة
Origin	نقطة الأصل
Orthogonal	متعامد

**– P –**

Pair	زوج
Paradox	تناقض
Parallel	متوازي
Partial	جزئي
Partial- metric	المتري الجزئي
Partial- Distance	البعد الجزئي
Plane	مستوى
Point	نقطة
Polynomial	كثيرة حدود
Potentiate	محتمل
Pre	تمهيدي

**-Q-**

Quadratic	تربيعي
-----------	--------

**-R-**

Radius	نصف قطر
Range	مدى
Rate	معدل
Ratio	نسبة
Rationalization	ترشيد
Rectangle	مستطيل

Regression	انحدار
Relative error	خطأ نسبي
Remainder	الباقى
Restrained	تقييد ، مقيد
Rounding up	تقريب

**-S-**

Set	مجموعة
Set – argument function	دالة مجالها مجاميع
Set – values function	دالة مجالها المقابل مجاميع
Simpson's- formula	صيغة سيمبسون
Smooth	ناعم، مصقول
Solution	حل
Substitution	تعويض
Sub- indeterminacies	اللاتعيينات الفرعية (الثانوية)
Supremum	اصغر نهاية عظمى
Staticity = static = fixed = not moving	ثابت ، ساكن
System of equations	نظام معادلات

**-T-**

Table	جدول
Tangent	مماس
Technique	تقنية
Test	اختبار
Term	حد
Thick Function	دالة السُمك
Transcendental number	عدد متسام

**-U-**

Unique	وحيد
--------	------

Unit	وحدة
Upper bound	حد علوي
Utopian	مثالي (خيالي)
– V –	
Vague	مبهم (غامض)
Value	قيمة
Valued of the function = range	المجال المقابل للدالة
Variable	متغير
Vertical	عمودي
Vector	متجه
Version	اصدار
– W –	
Width	عرض
– Z –	
Zero matrix	مصفوفة صفرية
zone	نطاق

## الفصل الخامس

### المصادر

#### ١.٥ المصادر العربية

فلورنتن سمارانداكة، صلاح عثمان "الفلسفة العربية من منظور نيوتروسوفي" ، منشأة المعارف، الإسكندرية، ٢٠٠٧.

#### ٢.٥ المصادر الانكليزية

#### ١.٢.٥ كتب وبحوث منشورة

#### Published Papers and Books

- [1] Agboola A.A.A., On Refined Neutrosophic Algebraic Structures, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 9, 2015.
- [2] Broumi S., Smarandache F., Several Similarity Measures of Neutrosophic Sets, in Neutrosophic Sets and Systems, 54-62, Vol. 1, 2013.
- [3] Broumi S., Smarandache F., Neutrosophic Refined Similarity Measure Based on Cosine Function, in Neutrosophic Sets and Systems, 42-48, Vol. 6, 2014.
- [4] Broumi S., Smarandache F., Dhar M., Rough Neutrosophic Set, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 60-65, 2014.
- [5] Broumi S., Smarandache F., On Neutrosophic Implications, in Neutrosophic Sets and Systems, 9-17, Vol. 2, 2014.
- [6] Broumi S., Deli I., Smarandache F., N-Valued Interval Neutrosophic Sets and Their Application in Medical Diagnosis, in Critical Review, Center for Mathematics of Uncertainty, Creighton University, Omaha, NE, USA, Vol. X, 45-69, 2015.
- [7] Broumi S., Smarandache F., Cosine Similarity Measure of Interval Valued Neutrosophic Sets, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 15-20, 2014; also in Critical Review, Center for Mathematics of Uncertainty, Creighton University, USA, Vol. IX, 28-32, 2015.

- [8] Broumi S., Ye J., Smarandache F., An Extended TOPSIS Method for Multiple Attribute Decision Making based on Interval Neutrosophic Uncertain Linguistic Variables, in Neutrosophic Sets and Systems, 23-32, Vol. 8, 2015.
- [9] Broumi S., Smarandache F., Interval Neutrosophic Rough Set, in Neutrosophic Sets and Systems, UNM, Vol. 7, 23-31, 2015.
- [10] Broumi S., Smarandache F., Soft Interval-Valued Neutrosophic Rough Sets, in Neutrosophic Sets and Systems, UNM, Vol. 7, 69-80, 2015.
- [11] Dhar M., Broumi S., Smarandache F., A Note on Square Neutrosophic Fuzzy Matrices, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 37-41, 2014.
- [12] Farahani H., Smarandache F., Wang L. L., A Comparison of Combined Overlap Block Fuzzy Cognitive Maps (COBFCM) and Combined Overlap Block Neutrosophic Cognitive Map (COBNCM) in Finding the Hidden Patterns and Indeterminacies in Psychological Causal Models: Case Study of ADHD, in Critical Review, Center for Mathematics of Uncertainty, Creighton University, Omaha, NE, USA, Vol. X, 70-84, 2015.
- [13] Kandasamy W. B. Vasantha, Smarandache F., Fuzzy Cognitive Maps and Neutrosophic Cognitive Maps, Xiquan, Phoenix, 211 p., 2003.
- [14] Kandasamy W. B. Vasantha, Smarandache F., Dual Numbers, Zip Publ., Ohio, 2012.
- [15] Kandasamy W. B. Vasantha, Smarandache F., Special Dual like Numbers and Lattices, Zip. Publ., Ohio, 2012.
- [16] Kandasamy W. B. Vasantha, Smarandache F., Special Quasi Dual Numbers and Groupoids, Zip Publ., 2012.
- [17] Kandasamy W. B. Vasantha, Smarandache F., Neutrosophic Lattices, in Neutrosophic Sets and Systems 42-47, Vol. 2, 2014.
- [18] Mukherjee A., Datta M., Smarandache F., Interval Valued Neutrosophic Soft Topological Spaces, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 18-27, 2014.
- [19] Mumtaz Ali, Smarandache F., Shabir Muhammad, Naz Munazza, Soft Neutrosophic Bigroup and Soft Neutrosophic N-Group, in Neutrosophic Sets and Systems, 55-81, Vol. 2, 2014.

- [20] Mumtaz Ali, Smarandache F., Vladareanu L., Shabir M., Generalization of Soft Neutrosophic Rings and Soft Neutrosophic Fields, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 35-41, 2014.
- [21] Mumtaz Ali, Smarandache F., Shabir M., Soft Neutrosophic Groupoids and Their Generalization, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 61-81, 2014.
- [22] Mumtaz Ali, Smarandache F., Shabir M., Naz M., Neutrosophic Bi-LA-Semigroup and Neutrosophic N-LASemigroup, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 19-24, 2014.
- [23] Mumtaz Ali, Smarandache F., Shabir M., Soft Neutrosophic Bi-LA-Semigroup and Soft Neutrosophic N-LA-Semigroup, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 45-54, 2014.
- [24] Mumtaz Ali, Smarandache F., Shabir M., Vladareanu L., Generalization of Neutrosophic Rings and Neutrosophic Fields, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 9-14, 2014.
- [25] Mumtaz Ali, Dyer C., Shabir M., Smarandache F., Soft Neutrosophic Loops and Their Generalization, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 55-75, 2014.
- [26] Mumtaz Ali, Shabir M., Naz M., Smarandache F., Neutrosophic Left Almost Semigroup, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 18-28, 2014.
- [27] Mumtaz Ali, Smarandache F., Shabir M., Naz M., Soft Neutrosophic Ring and Soft Neutrosophic Field, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 53-59, 2014.
- [28] Mumtaz Ali, Shabir M., Smarandache F., Vladareanu L., Neutrosophic LA-semigroup Rings, in Neutrosophic Sets and Systems, UNM, Vol. 7, 81-88, 2015.
- [29] Mumtaz Ali, Smarandache F., Broumi S., Shabir M., A New Approach to Multi-Spaces through the Application of Soft Sets, in Neutrosophic Sets and Systems, UNM, Vol. 7, 34-39, 2015.
- [30] Olariu S., Complex Numbers in n Dimensions, Elsevier Publication, 2002.
- [31] Salama A. A., Smarandache F., Filters via Neutrosophic Crisp Sets, in Neutrosophic Sets and Systems, 34-37, Vol. 1, 2013.
- [32] Salama A. A., Smarandache F., Neutrosophic Crisp Theory, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 27-35, 2014.

- [33] Salama A. A., Smarandache F., Kroumov Valeri, Neutrosophic Crisp Sets & Neutrosophic Crisp Topological Spaces, in Neutrosophic Sets and Systems, 25-30, Vol. 2, 2014.
- [34] Salama A. A., Smarandache F., Eisa M., Introduction to Image Processing via Neutrosophic Technique, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 59-64, 2014.
- [35] Salama A. A., Smarandache F., Kroumov V., Neutrosophic Closed Set and Neutrosophic Continuous Functions, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 4-8, 2014.
- [36] Salama A. A., Smarandache F., Alblowi S. A., New Neutrosophic Crisp Topological Concept, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 50-54, 2014.
- [37] Salama A. A., Smarandache F., Alblowi S. A., The Characteristic Function of a Neutrosophic Set, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 14-17, 2014.
- [38] Salama A. A., El-Ghareeb H.A., Smarandache F., et. al., Introduction to Develop Some Software Programes for dealing with Neutrosophic Sets, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 51-52, 2014.
- [39] Shabir Muhammad, Mumtaz Ali, Naz Munazza, Smarandache F., Soft Neutrosophic Group, in Neutrosophic Sets and Systems, 13-25, Vol. 1, 2013.
- [40] Smarandache F., Neutrosophy, in Neutrosophic Probability, Set, and Logic, Amer. Res. Press, Rehoboth, USA, 105 p., 1998.
- [41] Smarandache F., n-Valued Refined Neutrosophic Logic and Its Applications in Physics, in Progress in Physics, 143-146, Vol. 4, 2013.
- [42] Smarandache F., Neutrosophic Measure and Neutrosophic Integral, in Neutrosophic Sets and Systems, 3-7, Vol. 1, 2013.
- [43] Smarandache F., Vladutescu Stefan, Communication vs. Information, an Axiomatic Neutrosophic Solution, in Neutrosophic Sets and Systems, 38-45, Vol. 1, 2013.
- [44] Smarandache F., Introduction to Neutrosophic Measure, Neutrosophic Integral, and Neutrosophic Probability, Sitech & Educational, Craiova, Columbus, 140 p., 2013.
- [45] Smarandache F., Introduction to Neutrosophic Statistics, Sitech and Education Publisher, Craiova, 123 p., 2014.



- [46] Smarandache F., (t,i,f)-Neutrosophic Structures and I-Neutrosophic Structures, in Neutrosophic Sets and Systems, 3- 10, Vol. 8, 2015.
- [47] Smarandache F., Thesis-Antithesis-Neutrothesis, and Neutrosynthesis, in Neutrosophic Sets and Systems, 64-67, Vol. 8, 2015.
- [48] Smarandache F., Refined Literal Indeterminacy and the Multiplication Law of Subindeterminacies, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 9, 2015.
- [49] Smarandache F., Neutrosophic Axiomatic System, in Critical Review, Center for Mathematics of Uncertainty, Creighton University, Omaha, NE, USA, Vol. X, 5-28, 2015.
- [50] Ye Jun, Multiple-Attribute Group Decision-Making Method under a Neutrosophic Number Environment, Journal of Intelligent Systems, DOI: 10.1515/jisys-2014-0149.

## ٢.٢.٥ مقالات اضافية حول النيوتروسوفيك

### Other Articles on Neutrosophics

- [1] Said Broumi, Florentin Smarandache, Correlation Coefficient of Interval Neutrosophic Set, in „Applied Mechanics and Materials”, Vol. 436 (2013), pp. 511-517, 8 p.
- [2] Said Broumi, Ridvan Sahin, Florentin Smarandache, Generalized Interval Neutrosophic Soft Set and its Decision Making Problem, in „Journal of New Research in Science”, No. 7 (2014), pp. 29-47, 19 p.
- [3] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Munazza Naz, Muhammad Shabir, G-Neutrosophic Space, in „U.P.B. Sci. Bull.”, 11 p.
- [4] Said Broumi, Irfan Deli, Florentin Smarandache, Interval Valued Neutrosophic Parameterized Soft Set Theory and its Decision Making, in „Journal of New Research in Science”, No. 7 (2014), pp. 58-71, 14 p.
- [5] Said Broumi, Florentin Smarandache, Intuitionistic Neutrosophic Soft Set, in „Journal of Information and Computing Science”, Vol. 8, No. 2, 2013, pp. 130-140, 11 p.
- [6] Said Broumi, Florentin Smarandache, Pabitra Kumar Maji, Intuitionistic Neutrosophic Soft Set over Rings, in „Mathematics and Statistics”, No. 2(3), 2014, pp. 120-126, DOI: 10.13189/ms.2014.020303, 7 p.

- [7] Said Broumi, Florentin Smarandache, Lower and Upper Soft Interval Valued Neutrosophic Rough Approximations of An IVNSS-Relation, at SISOM & ACOUSTICS 2014, Bucharest 22-23 May, 8 p.
- [8] Said Broumi, Florentin Smarandache , More on Intuitionistic Neutrosophic Soft Sets, in „Computer Science and Information Technology”, No. 1(4), 2013, pp. 257-268, DOI: 10.13189/csit.2013.010404, 12 p.
- [9] A. A. Salama, Said Broumi, Florentin Smarandache, Neutrosophic Crisp Open Set and Neutrosophic Crisp Continuity via Neutrosophic Crisp Ideals, in „I.J. Information Engineering and Electronic Business”, No. 3, 2014, pp. 1-8, DOI: 10.5815/ijieeb.2014.03.01, 8 p.
- [10] Florentin Smarandache, Ștefan Vlăduțescu, Neutrosophic Principle of Interconvertibility Matter-Energy-Information, in „Journal of Information Science”, 2014, pp. 1-9, DOI: 10.1177/0165551510000000, 9 p.
- [11] Florentin Smarandache, Mumtaz Ali, Munazza Naz, Muhammad Shabir, Soft Neutrosophic Left Almost Semigroup, at SISOM & ACOUSTICS 2014, Bucharest 22-23 May
- [12] Mumtaz Ali, Muhammad Shabir, Munazza Naz, Florentin Smarandache, Soft neutrosophic semigroups and their generalization, in „Scientia Magna”, Vol. 10 (2014), No. 1, pp. 93-111, 19 p.
- [13] A. A. Salama, Said Broumi, Florentin Smarandache, Some Types of Neutrosophic Crisp Sets and Neutrosophic Crisp Relations, in „I.J. Information Engineering and Electronic Business”, 2014, 9 p.
- [14] Vasile Patrascu, Neutrosophic information in the framework of multi-valued representation, CAIM, Romanian Society of Applied and Industrial Mathematics et al., 19-22 September 2013, Bucharest, Romania.
- [15] N-norm and N-conorm in Neutrosophic Logic and Set, and the Neutrosophic Topologies (2005), in Critical Review, Creighton University, Vol. III, 73-83, 2009.
- [16] F. Smarandache, V. Christianto, n-ary Fuzzy Logic and Neutrosophic Logic Operators, in <Studies in Logic Grammar and Rhetoric>, Belarus, 17 (30), 1-16, 2009.
- [17] F. Smarandache, V. Christianto, F. Liu, Haibin Wang, Yanqing Zhang, Rajshekhar Sunderraman, André Rogatko, Andrew Schumann,

- Neutrosophic Logic and Set, and Paradoxes chapters, in Multispace & Multistructure. Neutrosophic Transdisciplinarity, NESP, Finland, pp. 395-548 and respectively 604-631, 2010.
- [18] Florentin Smarandache, The Neutrosophic Research Method in Scientific and Humanistic Fields, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 732-733, 2010.
- [19] Haibin Wang, Florentin Smarandache, Yanqing Zhang, Rajshekhar Sunderraman, Single Valued Neutrosophic Sets, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 410-413, 2010.
- [20] Pabitra Kumar Maji, Neutrosophic Soft Set, Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, Vol. 5, No. 1, 157-168, January 2013.
- [21] Pabitra Kumar Maji, A Neutrosophic Soft Set Approach to A Decision Making Problem, Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, Vol. 3, No. 2, 313-319, April 2012.
- [22] I. M. Hanafy, A. A. Salama, K. M. Mahfouz, Correlation Coefficients of Neutrosophic Sets by Centroid Method, , International Journal of Probability and Statistics 2013, 2(1): 9-12.
- [23] Maikel Leyva-Vazquez, K. Perez-Teruel, F. Smarandache, Análisis de textos de José Martí utilizando mapas cognitivos neutrosóficos, por, 2013, <http://vixra.org/abs/1303.021>
- [24] I. M. Hanafy, A.A.Salama and K. Mahfouz, Correlation of Neutrosophic Data, International Refereed Journal of Engineering and Science (IRJES), Vol. 1, Issue 2, 39-43, 2012.
- [25] A. A. Salama & H. Alagamy, Neutrosophic Filters, International Journal of Computer Science Engineering and Information Technology Research (IJCSEITR), Vol. 3, Issue 1, Mar 2013, 307-312.
- [26] Florentin Smarandache, Neutrosophic Masses & Indeterminate Models. Applications to Information Fusion, Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion, Singapore, 9-12 July 2012.
- [27] Tzung-Pei Hong, Yasuo Kudo, Mineichi Kudo, Tsau-Young Lin, Been-Chian Chien, Shyue-Liang Wang, Masahiro Inuiguchi, GuiLong Liu, A Geometric Interpretation of the Neutrosophic Set – A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set, 2011 IEEE International Conference on Granular Computing, edited, IEEE Computer Society, National University of Kaohsiung, Taiwan, 602-606, 8-10 November 2011.

- [28] Florentin Smarandache, Luige Vladareanu, Applications of Neutrosophic Logic to Robotics / An Introduction, 2011 IEEE International Conference on Granular Computing, edited by Tzung-Pei Hong, Yasuo Kudo, Mineichi Kudo, Tsau-Young Lin, Been-Chian Chien, Shyue-Liang Wang, Masahiro Inuiguchi, GuiLong Liu, IEEE Computer Society, National University of Kaohsiung, Taiwan, 607-612, 8-10 November 2011.
- [29] Said Broumi, F. Smarandache, Intuitionistic Neutrosophic Soft Set, Journal of Information and Computing Science, Vol. 8, No. 2, 2013, pp. 130-140.
- [30] Wen Ju and H. D. Cheng, A Novel Neutrosophic Logic SVM (N-SVM) and its Application to Image Categorization, New Mathematics and Natural Computation (World Scientific), Vol. 9, No. 1, 27-42, 2013.
- [31] A. Victor Devadoss, M. Clement Joe Anand, Activism and Nations Building in Pervasive Social Computing Using Neutrosophic Cognitive Maps (NCMs), International Journal of Computing Algorithm, Volume: 02, Pages: 257-262, October 2013.
- [32] Ling Zhang, Ming Zhang, H. D. Cheng, Color Image Segmentation Based on Neutrosophic Method, in Optical Engineering, 51(3), 037009, 2012.
- [33] A. Victor Devadoss, M. Clement Joe Anand, A. Joseph Bellarmin, A Study of Quality in Primary Education Combined Disjoint Block Neutrosophic Cognitive Maps (CDBNCM), Indo-Bhutan International Conference On Gross National Happiness Vol. 02, Pages: 256-261, October 2013.
- [34] Ming Zhang, Ling Zhang, H. D. Cheng, Segmentation of Breast Ultrasound Images Based on Neutrosophic Method, Optical Engineering, 49(11), 117001-117012, 2010.
- [35] Ming Zhang, Ling Zhang, H. D. Cheng, A Neutrosophic Approach to Image Segmentation Based on Watershed Approach, Signal Processing, 90(5), 1510-1517, 2010.
- [36] Florentin Smarandache, Strategy on T, I, F Operators. A Kernel Infrastructure in Neutrosophic Logic, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 414-419, 2010.
- [37] Pinaki Majumdar & S. K. Samanta, On Similarity and Entropy of Neutrosophic Sets, M.U.C Women College, Burdwan (W. B.), India, 2013.

- [38] Mohammad Reza Faraji and Xiaojun Qi, An Effective Neutrosophic Set-Based Preprocessing Method for Face Recognition, Utah State University, Logan, 2013.
- [39] Liu Feng, Florentin Smarandache, Toward Dialectic Matter Element of Extenics Model, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 420-429, 2010.
- [40] Liu Feng and Florentin Smarandache, Self Knowledge and Knowledge Communication, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 430-435, 2010.
- [41] Haibin Wang, Andre Rogatko, Florentin Smarandache, Rajshekhar Sunderraman, A Neutrosophic Description Logic, Proceedings of 2006 IEEE International Conference on Granular Computing, edited by Yan-Qing Zhang and Tsau Young Lin, Georgia State University, Atlanta, 305-308, 2006.
- [42] Haibin Wang, Rajshekhar Sunderraman, Florentin Smarandache, André Rogatko, Neutrosophic Relational Data Model, in <Critical Review> (Society for Mathematics of Uncertainty, Creighton University), Vol. II, 19-35, 2008.
- [43] F. Smarandache, Short Definitions of Neutrosophic Notions [in Russian], translated by A. Schumann, Philosophical Lexicon, Minsk-Moscow, Econompres, Belarus-Russia, 2008.
- [44] Haibin Wang, Yan-Qing Zhang, Rajshekhar Sunderraman, Florentin Smarandache, Neutrosophic Logic Based Semantic Web Services Agent, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 505-519, 2010.
- [45] F. G. Lupiáñez, "On neutrosophic paraconsistent topology", Kybernetes 39 (2010), 598-601.
- [46] J. Ye, A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems (2013) doi: 10.3233/IFS-130916.
- [47] Florentin Smarandache, Neutrosophic Logic as a Theory of Everything in Logics, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 525-527, 2010.
- [48] Florentin Smarandache, Blogs on Applications of Neutrosophics and Multispace in Sciences, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 528-548, 2010.
- [49] Athar Kharal, A Neutrosophic Multicriteria Decision Making Method, National University of Science and Technology, Islamabad, Pakistan.

- [50] Florentin Smarandache, Neutrosophic Transdisciplinarity (Multi-Space & Multi-Structure), Arhivele Statului, Filiala Vâlcea, Rm. Vâlcea, 1969; presented at Scoala de Vara Internationala, Interdisciplinara si Academica, Romanian Academy, Bucharest, 6-10 July 2009.
- [51] Jun Ye, Single valued neutrosophic cross-entropy for multicriteria decision making problems, Applied Mathematical Modelling (2013) doi: 10.1016/j.apm.2013.07.020.
- [52] Jun Ye, Multicriteria decision-making method using the correlation coefficient under single-valued neutrosophic environment, International Journal of General Systems, Vol. 42, No. 4, 386-394, 2013.
- [53] Florentin Smarandache, Neutrosophic Diagram and Classes of Neutrosophic Paradoxes, or To The Outer-Limits of Science, Florentin Smarandache, Prog. Physics, Vol. 4, 18-23, 2010.
- [54] Florentin Smarandache, S-denying a Theory, in Multi-space and Multistructure, Vol. 4, 622-629, 2010.
- [55] Florentin Smarandache, Five Paradoxes and a General Question on Time Traveling, Prog. Physics, Vol. 4, 24, 2010.
- [56] H. D. Cheng, Yanhui Guo and Yingtao Zhang, A Novel Image Segmentation Approach Based on Neutrosophic Set and Improved Fuzzy C-means Algorithm, New Mathematics and Natural Computation, Vol. 7, No. 1 (2011) 155-171.
- [57] F. Smarandache, Degree of Negation of an Axiom, to appear in the Journal of Approximate Reasoning, arXiv:0905.0719.
- [58] M. R. Bivin, N. Saivaraju and K. S. Ravichandran, Remedy for Effective Cure of Diseases using Combined Neutrosophic Relational Maps, International Journal of Computer Applications, 12(12):18?23, January 2011. Published by Foundation of Computer Science.
- [59] F. Smarandache, Neutrosophic Research Method, in Multispace & Multistructure. Neutrosophic Transdisciplinarity, NESP, Finland, pp. 395-548 and respectively 732-733, 2010.
- [60] Tahar Guerram, Ramdane Maamri, and Zaidi Sahnoun, A Tool for Qualitative Causal Reasoning On Complex Systems, IJCSI International Journal of Computer Science Issues, Vol. 7, Issue 6, November 2010.
- [61] P. Thiruppathi, N.Saivaraju, K.S. Ravichandran, A Study on Suicide problem using Combined Overlap Block Neutrosophic Cognitive

- Maps, International Journal of Algorithms, Computing and Mathematics, Vol. 3, Number 4, November 2010.
- [62] Francisco Gallego Lupiáñez, "On various neutrosophic topologies", "Recent advances in Fuzzy Systems", WSEAS (Athens , 2009), 59-62.
- [63] F .G. Lupiáñez, Interval neutrosophic sets and Topology, Kybernetes 38 (2009), 621-624.
- [64] F .G. Lupiáñez, On various neutrosophic topologies, Kybernetes 38 (2009), 1009-1013.
- [65] Francisco Gallego Lupiáñez, Interval neutrosophic sets and topology, Kybernetes: The Intl J. of Systems & Cybernetics, Volume 38, Numbers 3-4, 2009 , pp. 621-624(4).
- [66] Andrew Schumann, Neutrosophic logics on Non-Archimedean Structures, Critical Review, Creighton University, USA, Vol. III, 36-58, 2009.
- [67] Fu Yuhua, Fu Anjie, Zhao Ge, Positive, Negative and Neutral Law of Universal Gravitation, Zhao Ge, New Science and Technology, 2009 (12), 30-32.
- [68] Monoranjan Bhowmik and Madhumangal Pal, Intuitionistic Neutrosophic Set, Journal of Information and Computing Science, England, Vol. 4, No. 2, 2009, pp. 142-152.
- [69] Wen Ju and H. D. Cheng, Discrimination of Outer Membrane Proteins using Reformulated Support Vector Machine based on Neutrosophic Set, Proceedings of the 11th Joint Conference on Information Sciences (2008), Published by Atlantis Press.
- [70] Smita Rajpal, M.N. Doja, Ranjit Biswas, A Method of Imprecise Query Solving, International Journal of Computer Science and Network Security, Vol. 8 No. 6, pp. 133-139, June 2008.
- [71] Florentin Smarandache, Neutrosophic Degree of a Paradoxicity, in Multispace and Multistructure, Vol. 4, 605-607, 2010.
- [72] F .G. Lupiáñez, On Neutrosophic Topology, Kybernetes 37 (2008), 797-800.
- [73] F .G. Lupiáñez, Interval neutrosophic sets and Topology, "Applied and Computational Mathematics", WSEAS (Athens , 2008), 110-112.
- [74] Smita Rajpal, M.N. Doja and Ranjit Biswas, A Method of Neutrosophic Logic to Answer Queries in Relational Database, by Journal of Computer Science 4 (4): 309-314, 2008.

- [75] Pawalai Kraipeerapun, Chun Che Fung, Kok Wai Wong, Ensemble Neural Networks Using Interval Neutrosophic Sets and Bagging, by Third International Conference on Natural Computation (ICNC 2007), Haikou, Hainan, China, August 24-August 27, 2007.
- [76] Pawalai Kraipeerapun, Chun Che Fung, and Kok Wai Wong, Lithofacies Classification from Well Log Data using Neural Networks, Interval Neutrosophic Sets and Quantification of Uncertainty, World Academy of Science, Engineering and Technology, 23, 2006.
- [77] Jose L. Salmeron, Florentin Smarandache, Redesigning Decision Matrix Method with an indeterminacy-based inference process, Advances in Fuzzy Sets and Systems, Vol. 1(2), 263-271, 2006.
- [78] P. Kraipeerapun, C. C. Fung, W. Brown and K. W. Wong, Neural network ensembles using interval neutrosophic sets and bagging for mineral prospectivity prediction and quantification of uncertainty, 2006 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, 7-9 June 2006, Bangkok, Thailand.
- [79] Jose L. Salmeron, Florentin Smarandache, Processing Uncertainty and Indeterminacy in Information Systems success mapping, arXiv:cs/0512047v2.
- [80] Florentin Smarandache, Jean Dezert, The Combination of Paradoxical, Uncertain, and Imprecise Sources of Information based on DS<sub>m</sub>T and Neutro-Fuzzy Inference, in arXiv:cs/0412091v1. A version of this paper published in Proceedings of 10th International Conference on Fuzzy Theory and Technology (FT&T 2005), Salt Lake City, Utah, USA, July 21-26, 2005.
- [81] Goutam Bernajee, Adaptive fuzzy cognitive maps vs neutrosophic cognitive maps: decision support tool for knowledge based institution, Journal of Scientific and Industrial Research, 665-673, Vol. 67, 2008,
- [82] W. B. Vasantha Kandasamy and Florentin Smarandache, Fuzzy Cognitive Maps and Neutrosophic Cognitive Maps, Book Review by Milan Mares: Kybernetika, Vol. 40 (2004), No. 1, [151]-15.
- [83] H. Wang, Y. Zhang, R. Sunderraman, F. Song, Set-Theoretic Operators on Degenerated Neutrosophic Set, by Georgia State University, Atlanta, 2004.
- [84] Anne-Laure Jousselme, Patrick Maupin, Neutrosophy in situation analysis, Proc. of Fusion 2004 Int. Conf. on Information Fusion, pp.



400-406, Stockholm, Sweden, June 28-July1, 2004  
(<http://www.fusion2004.org>).

- [85] C. Lee, Preamble to Neutrosophic Logic, Multiple-Valued Logic / An International Journal, Vol. 8, No. 3, 285-296, June 2002.
- [86] Florentin Smarandache, Neutrosophy, a New Branch of Philosophy, Multiple-Valued Logic / An International Journal, Vol. 8, No. 3, 297-384, June 2002.
- [87] Florentin Smarandache, A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Field, Multiple-Valued Logic / An International Journal, Vol. 8, No. 3, 385-438, June 2002.
- [88] Jean Dezert, Open Questions to Neutrosophic Inferences, Multiple-Valued Logic / An International Journal, Vol. 8, No. 3, 439-472, June 2002.
- [89] Feng Liu, Florentin Smarandache, Logic: A Misleading Concept. A Contradiction Study toward Agent's Logic, Proceedings of the First International Conference on Neutrosophy, Neutrosophic Logic, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability and Statistics, University of New Mexico, Gallup Campus, 2001.
- [90] Fu Yuhua, Fu Anjie, Zhao Ge, Six Neutral Fundamental Reactions Between Four Fundamental Reactions, by <http://wbabin.net/physics/yuhua2.pdf>.
- [91] Florentin Smarandache, On Rugina's System of Thought, International Journal of Social Economics, Vol. 28, No. 8, 623-647, 2001.
- [92] Feng Liu, Florentin Smarandache, Intentionally and Unintentionally. On Both, A and Non-A, in Neutrosophy, Presented to the First International Conference on Neutrosophy, Neutrosophic Logic, Set, and Probability, University of New Mexico, Gallup, December 1-3, 2001.
- [93] Arora, M., Biswas, R., Deployment of neutrosophic technology to retrieve answer for queries posed in natural language, Computer Science and Information Technology (ICCSIT), 2010 3rd IEEE International Conference on, Vol. 3, DOI: 10.1109/ICCSIT.2010.5564125, 2010, 435 – 439.
- [94] Aggarwal, S., Biswas, R. ; Ansari, A.Q., Neutrosophic modeling and control, Computer and Communication Technology (ICCCT), 2010

- International Conference, DOI: 10.1109/ICCCT.2010.5640435, 2010, 718 – 723.
- [95] Wang, H. ; Yan-Qing Zhang ; Sunderraman, R., Truth-value based interval neutrosophic sets, Granular Computing, 2005 IEEE International Conference, Vol. 1, DOI: 10.1109/GRC.2005.1547284, 2005, 274 – 277.
- [96] Smarandache, F., A geometric interpretation of the neutrosophic set — A generalization of the intuitionistic fuzzy set, Granular Computing (GrC), 2011 IEEE International Conference, DOI: 10.1109/GRC.2011.6122665, 2011, 602 – 606.
- [97] Mohan, J. ; Yanhui Guo ; Krishnaveni, V.; Jeganathan, K. MRI denoising based on neutrosophic wiener filtering, Imaging Systems and Techniques (IST), 2012 IEEE, DOI: 10.1109/IST.2012.6295518, 2012, 327 – 331.
- [98] Smarandache, F. ; Vladareanu L., Applications of neutrosophic logic to robotics: An introduction, Granular Computing (GrC), 2011 IEEE, DOI: 10.1109/GRC.2011.6122666, 2011, 607 – 612.
- [99] Mohan, J. ; Krishnaveni, V. ; Guo, Yanhui, A Neutrosophic approach of MRI denoising, Image Information Processing, 2011, DOI: 10.1109/ICIIP.2011.6108880, 2011, 1 – 6.
- [100] Kraipeerapun, P. ; Chun Che Fung ; Brown, W. ; Kok-Wai Wong, Neural Network Ensembles using Interval Neutrosophic Sets and Bagging for Mineral Prospectivity Prediction and Quantification of Uncertainty, Cybernetics and Intelligent Systems, 2006 IEEE Conference on, DOI: 10.1109/ICCIS.2006.252249, 2006, 1 – 6.
- [101] Smarandache, F., Neutrosophic masses & indeterminate models: Applications to information fusion, Information Fusion (FUSION), 2012 15th International Conference on, 2012, 1051 – 1057.
- [102] Smarandache, F., Neutrosophic set - a generalization of the intuitionistic fuzzy set, Granular Computing, 2006 IEEE, DOI: 10.1109/GRC.2006.1635754, 2006, 38 – 42.
- [103] Rao, S.; Red Teaming military intelligence - a new approach based on Neutrosophic Cognitive Mapping, Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 2010, DOI: 10.1109/ISKE.2010.5680765, 2010, 622 – 627.

- [104] Smarandache, F., Neutrosophic masses & indeterminate models. Applications to information fusion, Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS), 2012, 674 – 679.
- [105] Mohan, J. ; Krishnaveni, V. ; Guo, Yanhui; Validating the Neutrosophic approach of MRI denoising based on structural similarity, Image Processing (IPR 2012), IET, DOI: 10.1049/cp.2012.0419, 2012, 1 – 6.
- [106] Kraipeerapun, P. ; Chun Che Fung ; Kok Wai Wong; Ensemble Neural Networks Using Interval Neutrosophic Sets and Bagging, Natural Computation, 2007. ICNC 2007. Third International Conference, Vol. 1, DOI: 10.1109/ICNC.2007.359, 2007, 386 – 390.
- [107] Kraipeerapun, P.; Chun Che Fung, Comparing performance of interval neutrosophic sets and neural networks with support vector machines for binary classification problems, Digital Ecosystems and Technologies, 2008. DEST 2008. 2nd IEEE, DOI: 10.1109/DEST.2008.4635138, 2008, 34 – 37.
- [108] Kraipeerapun, P. ; Kok Wai Wong ; Chun Che Fung ; Brown, W.; Quantification of Uncertainty in Mineral Prospectivity Prediction Using Neural Network Ensembles and Interval Neutrosophic Sets, Neural Networks, 2006. IJCNN '06., DOI: 10.1109/IJCNN.2006.247262, 2006, 3034 – 3039.
- [109] Haibin Wang; Rogatko, A.; Smarandache, F.; Sunderraman, R.; A neutrosophic description logic, Granular Computing, 2006 IEEE International Conference, DOI: 10.1109/GRC.2006.1635801, 2006, 305 – 308.
- [110] Khoshnevisan, M. ; Bhattacharya, S.; Neutrosophic information fusion applied to financial market, Information Fusion, 2003. Proceedings of the Sixth International Conference, Vol. 2, DOI: 10.1109/ICIF.2003.177381, 2003, 1252 – 1257.
- [111] Aggarwal, S. ; Biswas, R. ; Ansari, A.Q. From Fuzzification to Neutrosophication: A Better Interface between Logic and Human Reasoning, Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET), 2010 3rd International Conference, DOI: 10.1109/ICETET.2010.26, 2010, 21 – 26.
- [112] Chih-Yen Chen ; Tai-Shan Liao ; Chi-Wen Hsieh; Tzu-Chiang Liu ; Hung-Chun Chien; A novel image enhancement approach for Phalanx and Epiphyseal/metaphyseal segmentation based on hand

- radiographs, Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2012 IEEE International, DOI: 10.1109/I2MTC.2012.6229651, 2012, 220--224.
- [113] Kraipeerapun, P. ; Chun Che Fung ; Kok Wai Wong, Quantification of Vagueness in Multiclass Classification Based on Multiple Binary Neural Networks, Machine Learning and Cybernetics, 2007 International Conference on, Vol. 1, DOI: 10.1109/ICMLC.2007.4370129, 2007 140 – 144.
- [114] Bajger, M.; Fei Ma; Bottema, M.J.; Automatic Tuning of MST Segmentation of Mammograms for Registration and Mass Detection Algorithms, Digital Image Computing: Techniques and Applications, 2009. DICTA '09. DOI: 10.1109/DICTA.2009.72, 2009. 400 – 407.
- [115] Rao, S., Externalizing Tacit knowledge to discern unhealthy nuclear intentions of nation states, Intelligent System and Knowledge Engineering, 2008. ISKE 2008. 3rd International Conference on, Vol. 1, DOI: 10.1109/ISKE.2008.4730959, 2008, 378 – 383.
- [116] Maupin, P.; Joussemme, A.-L., Vagueness, a multifacet concept - a case study on *Ambrosia artemisiifolia* predictive cartography, Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2004. IGARSS '04. Proceedings. 2004 IEEE International, Vol. 1, DOI: 10.1109/IGARSS.2004.1369036, 2004.
- [117] Djiknavorian, P.; Grenier, D.; Valin, P.; Analysis of information fusion combining rules under the dsm theory using ESM inputs, Information Fusion, 2007 10th International Conference on, DOI: 10.1109/ICIF.2007.4408128, 2007, 1 – 8, Cited by 4.
- [118] Florentin Smarandache, A Geometric Interpretation of the Neutrosophic Set, A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 27-35.
- [119] Hojjatollah Farahani, Florentin Smarandache, Lihshing Leigh Wang, A Comparison of Combined Overlap Block Fuzzy Cognitive Maps (COBFCM) and Combined Overlap Block Neutrosophic Cognitive Map (COBNCM) in finding the hidden patterns and indeterminacies in Psychological Causal Models: Case Study of ADHD, In Critical Review, Volume X, 2015, pp. 71-83.

- [120] Tudor Marin, Gheorghe Savoiu, Addressing The Dimensions Of Education And Integrated Curriculum Via Generalized Fuzzy Logic, In Euromentor Journal, Volume VI, No. 1/March 2015, pp. 61-73.
- [121] T. Bharathi, A Fuzzy Study on the Analysis of Cervical Cancer among women using Combined Disjoint Block Fuzzy Cognitive Maps (CDBFCMs), In International Journal of Research in Science & Technology, Volume 1, November 2014, 5 p.
- [122] Asim Hussain, Muhammad Shabir, Algebraic Structures Of Neutrosophic Soft Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 53-61.
- [123] Ridvan Sahin, Mesut Karabacak, A multi attribute decision making method based on inclusion measure for interval neutrosophic sets, In International Journal of Engineering and Applied Sciences, Volume 2, February 2015, pp. 13-15.
- [124] Maikel Leyva-Vazquez, Karina Perez-Teruel, Florentin Smarandache, Análisis de textos de José Martí utilizando mapas cognitivos neutrosóficos, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 463-467.
- [125] G. Anusha, P. Venkata Ramana, Analysis of Reasons for Stress on College Students using Combined Disjoint Block Fuzzy Cognitive Maps (CDBFCM), In International Journal For Research In Emerging Science And Technology, Volume 2, February 2015, pp. 16-21.
- [126] Ștefan Vlăduțescu, Mirela Teodorescu, An analitical extended book review. S. Frunza: Advertising constructs reality (2014), In International Letters of Social and Humanistic Sciences, 2015, pp. 98-106.
- [127] Indranu Suhendro, An Eidetic Reflex and Moment of Breakthrough in Time and Scientific Creation: 10 Years of Progress in Physics, 100 Years of General Relativity, and the Zelmanov Cosmological Group, In Progress in Physics, Vol. 11, 2015, pp. 180-182.
- [128] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Said Broumi , and Muhammad Shabir, A New Approach to Multi-spaces Through the Application of Soft Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 34-39.

- [129] Anjan Mukherjee, Sadhan Sarkar, A new method of measuring similarity between two neutrosophic soft sets and its application in pattern recognition problems, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 63-68.
- [130] Pranab Biswas, Surapati Pramanik, Bibhas C. Giri, A New Methodology for Neutrosophic Multi-Attribute Decision-Making with Unknown Weight Information, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 42-52.
- [131] Fu Yuhua, An Example of Guiding Scientific Research with Philosophical Principles Based on Uniqueness of Truth and Neutrosophy Deriving Newton's Second Law and the like, In Critical Review, Volume X, 2015, pp.85-92.
- [132] Said Broumi, Jun Ye, Florentin Smarandache, An Extended TOPSIS Method for Multiple Attribute Decision Making based on Interval Neutrosophic Uncertain Linguistic Variables, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp.22-31.
- [133] Huda E. Khalid, An Original Notion to Find Maximal Solution in the Fuzzy Neutrosophic Relation Equations (FNRE) with Geometric Programming (GP), In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 3-7.
- [134] Mamouni Dhar, Said Broumi, Florentin Smarandache, A Note on Square Neutrosophic Fuzzy Matrices, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 37-41.
- [135] Jun Ye, Another Form of Correlation Coefficient between Single Valued Neutrosophic Sets and Its Multiple Attribute Decision-Making Method, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, 2013, pp. 8-12.
- [136] Juan-Juan Peng, Jian-qiang Wang, Hong-yu Zhang, Xiao-hong Chen, An outranking approach for multi-criteria decision-making problems with simplified neutrosophic sets, In Applied Soft Computing, 2014, pp. 336–346.
- [137] Yanhui Guo, Abdulkadir Sengur, A Novel Image Segmentation Algorithm Based on Neutrosophic Filtering and Level Set, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, 2013, pp. 46-49.
- [138] Yanhui Guo, Abdulkadir Sengur, Jun Ye, A novel image thresholding algorithm based on Neutro-sophic similarity score, In Measurement, 2014, pp. 175–186.

- [139] Zhiming Zhang, Chong Wu, A novel method for single-valued neutrosophic multi-criteria decision making with incomplete weight information, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 4, 2014, pp. 35-49.
- [140] Florentin Smarandache, Luige Vladareanu, Applications of Neutrosophic Logic to Robotics, In *Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1*, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 61-66.
- [141] Elena Rodica Opran, Dan Valeriu Voinea, Mirela Teodorescu, Art and being in neutrosophic communication, In *International Letters of Social and Humanistic Sciences*, 2015, pp. 16-27.
- [142] C. Ramkumar, R. Ramanan, A. Lourdusamy, S. Narayanamoorthy, A Study On Neutrosophic Cognitive Maps (NCM) And Its Applications, In *International Journal of Mathematical Archive*, 6(3), 2015, pp. 209-211.
- [143] Kalyan Mondal, Surapati Pramanik, A Study on Problems of Hijras in West Bengal Based on Neutrosophic Cognitive Maps, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 5, 2014, pp. 21-26.
- [144] Adrian Nicolescu, Mirela Teodorescu, A Unifying Field in Logics. Book Review, In *International Letters of Social and Humanistic Sciences*, 2015, pp. 48-59.
- [145] A. A. Salama, Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets & Possible Application to GIS Topology, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 7, 2015, pp. 18-22.
- [146] Florentin Smarandache, Stefan Vladuțescu, Communication vs. Information, an Axiomatic Neutrosophic Solution, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 1, 2013, pp. 38-45.
- [147] Debabrata Mandal, Comparative Study of Intuitionistic and Generalized Neutrosophic Soft Sets, In *International Journal of Mathematical, Computational, Natural and Physical Engineering*, Vol. 9, No. 2, 2015, pp.111-114.
- [148] Florentin Smarandache, Connections between Extension Logic and Refined Neutrosophic Logic, In *Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1*, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 47-54.
- [149] Said Broumi, Florentin Smarandache, Correlation Coefficient of Interval Neutrosophic Set, In *Neutrosophic Theory and Its*

Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 67-73.

- [150] Said Broumi, Irfan Deli, Correlation Measure For Neutrosophic Refined Sets And Its Application In Medical Diagnosis, In Palestine Journal of Mathematics, Vol. 3, 2014, pp. 11-19.
- [151] Said Broumi, Florentin Smarandache, Cosine Similarity Measure of Interval Valued Neutrosophic Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 2014, pp. 15-20.
- [152] Pranab Biswas, Surapati Pramanik, Bibhas C. Giri, Cosine Similarity Measure Based Multi-attribute Decision-making with Trapezoidal Fuzzy Neutrosophic Numbers, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2014, pp. 46-55.
- [153] Surapati Pramanik, Kalyan Mondal, Cosine Similarity Measure of Rough Neutrosophic Sets and Its Application In Medical Diagnosis, In Global Journal of Advanced Research, Vol. 2, pp. 315-328.
- [154] Surapati Pramanik, Kalyan Mondal, Cotangent Similarity Measure of Rough Neutrosophic Sets And Its Application To Medical Diagnosis, In Journal of New Theory, 2015, pp. 90-102.
- [155] Feng Liu, Florentin Smarandache, Dialectics and the Dao: On Both, A and Non-A in Neutrosophy and Chinese Philosophy, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 440-444.
- [156] Shan Ye, Jun Ye, Dice Similarity Measure between Single Valued Neutrosophic Multisets and Its Application in Medical Diagnosis, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 48-53.
- [157] Pranab Biswas, Surapati Pramanik, Bibhas C. Giri, Entropy Based Grey Relational Analysis Method for Multi-Attribute Decision Making under Single Valued Neutrosophic Assessments, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014, pp. 102-110.
- [158] Fu Yuhua, Examples of Neutrosophic Probability in Physics, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 32-34.
- [159] Fu Yuhua, Expanding Newton Mechanics with Neutrosophy and Quadstage Method. New Newton Mechanics Taking Law of Conservation of Energy as Unique Source Law, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 3-13.



- [160] Fu Yuhua, Expanding Uncertainty Principle to Certainty-Uncertainty Principles with Neutrosophy and Quad-stage Method, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 10-13.
- [161] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Luige Vladareanu, Generalization of Neutrosophic Rings and Neutrosophic Fields, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 2014, pp. 9-14.
- [162] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Luige Vladareanu, Generalization of Soft Neutrosophic Rings and Soft Neutrosophic Fields, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 34-40.
- [163] A. A. Salama, S. A. Alblowi, Generalized Neutrosophic Set and Generalized Neutrosophic Topological Spaces, In Computer Science and Engineering, 2012, pp. 129-132
- [164] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Munazza Naz, Muhammad Shabir, G-Neutrosophic Space, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 116-126.
- [165] Kanika Mandal, Kajla Basu, Hypercomplex Neutrosophic Similarity Measure & Its Application In Multi-Criteria Decision Making Problem, 15 p.
- [166] Jun Ye, Improved cosine similarity measures of simplified neutrosophic sets for medical diagnoses, In Artificial Intelligence in Medicine, 2015, pp. 171-179.
- [167] Haibin Wang, Florentin Smarandache, Yan-Qing Zhang, Rajshekhar Sunderraman, Interval Neutrosophic Logic, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 142-160.
- [168] A. A. Salama, Florentin Smarandache, Filters via Neutrosophic Crisp Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, 2013, pp. 34-37.
- [169] Said Broumi, Florentin Smarandache, Interval Neutrosophic Rough Set, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 23-31.
- [170] , I. Arockiarani, I.R. Sumathi, Interval Valued Fuzzy Neutrosophic Soft Structure Spaces, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 2014, pp. 36-44.
- [171] Anjan Mukherjee, Mithun Datta, Florentin Smarandache, Interval Valued Neutrosophic Soft Topological Spaces, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 17-26.

- [172] A. A. Salama, Haitham A. El-Ghareeb, Ayman M. Manie, Florentin Smarandache, Introduction to Develop Some Software Programs for Dealing with Neutrosophic Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 53-54.
- [173] A. A. Salama, Florentin Smarandache, Mohamed Eisa, Introduction to Image Processing via Neutrosophic Techniques, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 2014, pp. 59-64.
- [174] A. A. Salama, Said Broumi, S. A. Alblowi, Introduction to Neutrosophic Topological Spatial Region, Possible Application to GIS Topological Rules, In I.J. Information Engineering and Electronic Business, 2014, pp. 15-21.
- [175] V. Jaiganesh, P. Rutravigneshwaran, Intrusion Detection Using Neutrosophic Classifier, In The International Journal of Science & Tech., Vol. 2, 2014, pp. 128-133.
- [176] Monoranjan Bhowmik, Madhumangal Pal, Intuitionistic Neutrosophic Set Relations and Some of Its Properties, In Journal of Information and Computing Science, Vol. 5, No. 3, 2010, pp. 183-192.
- [177] Broumi Said, Florentin Smarandache, Intuitionistic Neutrosophic Soft Set, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 162-171.
- [178] Broumi Said, Florentin Smarandache, Intuitionistic Neutrosophic Soft Set over Rings, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 172-178.
- [179] Shawkat Alkhazaleh, Emad Marei, Mappings on Neutrosophic Soft Classes, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014, pp. 3-8.
- [180] Shan Ye, Jing Fu, Jun Ye, Medical Diagnosis Using Distance-Based Similarity Measures of Single Valued Neutrosophic Multisets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 47-52.
- [181] Lingwei Kong, Yuefeng Wu, Jun Ye, Misfire Fault Diagnosis Method of Gasoline Engines Using the Cosine Similarity Measure of Neutrosophic Numbers, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 42-45.
- [182] Broumi Said, Florentin Smarandache, More on Intuitionistic Neutrosophic Soft Sets, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 179-190.

- [183] Kalyan Mondal, Surapati Pramanik, Multi-criteria Group Decision Making Approach for Teacher Recruitment in Higher Education under Simplified Neutrosophic Environment, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 27-33.
- [184] Yun Ye, Multiple-attribute Decision-Making Method under a Single-Valued Neutrosophic Hesitant Fuzzy Environment, In J. Intell. Syst., 2015, pp. 23-36.
- [185] Juan-Juan Peng, Multi-valued Neutrosophic Sets and Power Aggregation Operators with Their Applications in Multi-criteria Group Decision-making Problems, In International Journal of Computational Intelligence Systems, Vol. 8, No. 2, 2015, pp. 345-363.
- [186] Fu Yuhua, Negating Four Color Theorem with Neutrosophy and Quadstage Method, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 59-62.
- [187] Florentin Smarandache, Neutrosafia, o nouă ramură a filosofiei, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 472-477.
- [188] Florentin Smarandache, Neutrosophic Axiomatic System, In Critical Review, Volume X, 2015, pp. 5-28.
- [189] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Munazza Naz, Neutrosophic Bi-LA-Semigroup and Neutrosophic N-LASemigroup, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 2014, pp. 19-24.
- [190] Broumi Said, Florentin Smarandache, Lower and Upper Soft Interval Valued Neutrosophic Rough Approximations of An IVNSS-Relation, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 191-198.
- [191] Jozef Novak-Marcincin, Adrian Nicolescu, Mirela Teodorescu, Neutrosophic circuits of communication. A review, In International Letters of Social and Humanistic Sciences, 2015, pp. 174-186.
- [192] A.Q. Ansari, Ranjit Biswas, Swati Aggarwal, Neutrosophic classifier: An extension of fuzzy classifier, In Applied Soft Computing, 2013, pp. 563-573.
- [193] A. A. Salama, Florentin Smarandache, Valeri Kromov, Neutrosophic Closed Set and Neutrosophic Continuous Functions, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 2014, pp. 4-8.

- [194] Ameirys Betancourt-Vázquez, Maikel Leyva-Vázquez, Karina Perez-Teruel, Neutrosophic cognitive maps for modeling project portfolio interdependencies, In *Critical Review*, Volume X, 2015, pp. 40-44.
- [195] A. A. Salama, O. M. Khaled, K. M. Mahfouz, Neutrosophic Correlation and Simple Linear Regression, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 5, 2014, pp. 3-8.
- [196] A. A. Salama, Said Broumi, Florentin Smarandache, Neutrosophic Crisp Open Set and Neutrosophic Crisp Continuity via Neutrosophic Crisp Ideals, In *Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers*, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp 199-205.
- [197] A. A. Salama, Neutrosophic Crisp Points & Neutrosophic Crisp Ideals, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 1, 2013, pp. 50-53.
- [198] A. A. Salama, Hewayda Elghawalby, \*- Neutrosophic Crisp Set & \*- Neutrosophic Crisp relations, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 6, 2014, pp. 12-16.
- [199] A. A. Salama, Florentin Smarandache, Valeri Kroumov, Neutrosophic Crisp Sets & Neutrosophic Crisp Topological Spaces, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 2, 2014, pp. 25-30.
- [200] A. A. Salama, Florentin Smarandache, Neutrosophic Crisp Set Theory, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 5, 2014, pp. 27-35.
- [201] Kalyan Mondal, Surapati Pramanik, Neutrosophic Decision Making Model of School Choice, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 7, 2015, pp. 62-68.
- [202] A. A. Salama, H. Alagamy, Neutrosophic Filters, In *International Journal of Computer Science Engineering and Information Technology Research (IJCSEITR)*, Vol. 3, 2013, pp. 307-312.
- [203] Surapati Pramanik, Tapan Kumar Roy, Neutrosophic Game Theoretic Approach to Indo-Pak Conflict over Jammu-Kashmir, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 2, 2013, pp. 82-100.
- [204] Ridvan Sahin, Neutrosophic Hierarchical Clustering Algorithms, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 2, 2014, pp. 18-24.
- [205] A.A.A. Agboola, S.A. Akinleye, Neutrosophic Hypercompositional Structures defined by Binary Relations, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 3, 2014, pp. 29-36.
- [206] , A.A.A. Agboola, S.A. Akinleye, Neutrosophic Hypervector Spaces, 16 p.

- [207] A. A. Salama, Florentin Smarandache, Neutrosophic Ideal Theory Neutrosophic Local Function and Generated Neutrosophic Topology, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 213-218.
- [208] Mumtaz Ali, Muhammad Shabir, Florentin Smarandache, Luige Vladareanu, Neutrosophic LA-Semigroup Rings, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 81-88.
- [209] Vasantha Kandasamy, Florentin Smarandache, Neutrosophic Lattices, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2013, pp. 42-47.
- [210] Mumtaz Ali, Muhammad Shabir, Munazza Naz, Florentin Smarandache, Neutrosophic Left Almost Semigroup, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 18-28.
- [211] Alexandru Gal, Luige Vladareanu, Florentin Smarandache, Hongnian Yu, Mincong Deng, Neutrosophic Logic Approaches Applied to "RABOT" Real Time Control, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 55-60.
- [212] Karina Pérez-Teruel, Maikel Leyva-Vázquez, Neutrosophic Logic for Mental Model Elicitation and Analysis, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014, pp. 31-33.
- [213] Fu Yuhua, Neutrosophic Examples in Physics, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, 2013, pp. 26-33.
- [214] Florentin Smarandache, Neutrosophic Measure and Neutrosophic Integral, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, 2013, pp. 3-7.
- [215] Swati Aggarwal, Ranjit Biswas, A.Q. Ansari, Neutrosophic Modeling and Control, Intl. Conf. on Computer & Communication Tech., 2010, pp. 718-723.
- [216] Irfan Deli, Yunus Toktas, Said Broumi, Neutrosophic Parameterized Soft Relations and Their Applications, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 2014, pp. 25-34.
- [217] Said Broumi, Irfan Deli, Florentin Smarandache, Neutrosophic Parametrized Soft Set Theory and Its Decision Making, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 403-409.
- [218] Florentin Smarandache, Stefan Vladutescu, Neutrosophic Principle of Interconvertibility Matter-Energy-Information

- (NPI\_MEI), In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 219-227.
- [219] Said Broumi, Irfan Deli, Florentin Smarandache, Neutrosophic Refined Relations and Their Properties, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 228-248.
- [220] Said Broumi, Florentin Smarandache, Neutrosophic Refined Similarity Measure Based on Cosine Function, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 41-47.
- [221] Kalyan Mondal, Surapati Pramanik, Neutrosophic Refined Similarity Measure Based On Cotangent Function And Its Application To Multi-Attribute Decision Making, In Global Journal of Advanced Research, Vol-2, 2015, pp. 486 -496.
- [222] A. A. Salama, Mohamed Eisa, M. M. Abdelmoghny, Neutrosophic Relations Database, In International Journal of Information Science and Intelligent System, 2014, pp. 1-13.
- [223] Daniela Gifu, Mirela Teodorescu, Neutrosophic routes in multiverse of communication, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 81-83.
- [224] A.A.Salama, S.A. Alblowi, Neutrosophic Set and Neutrosophic Topological Spaces, In IOSR Journal of Mathematics, 2012, pp. 31-35.
- [225] Mehmet Sahin, Shawkat Alkhazaleh, Vakkas Ulucay, Neutrosophic Soft Expert Sets, In Applied Mathematics, 2015, pp. 116-127.
- [226] Irfan Deli, Said Broumi, Neutrosophic soft matrices and NSM-decision making, In Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2015, pp. 2233-2241.
- [227] Irfan Deli, Said Broumi, Mumtaz Ali, Neutrosophic Soft Multi-Set Theory and Its Decision Making, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 2014, pp. 65-76.
- [228] Irfan Deli, Said Broumi, Neutrosophic soft relations and some properties, In Ann. Fuzzy Math. Inform., 2014, pp. 2-14.
- [229] Debabrata Mandal, Neutrosophic Soft Semirings, In Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 2014, pp. 2-13.
- [230] Faruk Karaaslan, Neutrosophic Soft Sets with Applications in Decision Making, In International Journal of Information Science and Intelligent System, 2015, pp. 1-20.

- [231] Shawkat Alkhazaleh, Neutrosophic Vague Set Theory, In Critical Review, Volume X, 2015, pp. 29-39.
- [232] A.A.A. Agboola, S.A. Akinleye, Neutrosophic Vector Spaces, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 2014, pp. 9-18.
- [233] Said Broumi, Florentin Smarandache, New Distance and Similarity Measures of Interval Neutrosophic Sets, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 249-255.
- [234] A. A. Salama, Florentin Smarandache, S. A. Alblowi, New Neutrosophic Crisp Topological Concepts, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 4, 2014, pp. 50-54.
- [235] I. R. Sumathi, I. Arockiarani, New operations On Fuzzy Neutrosophic Matrices, In International Journal of Innovative Research and study, 2014, pp. 119-124.
- [236] Said Broumi, Florentin Smarandache, New Operations on Interval Neutrosophic Sets, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 256-266.
- [237] Said Broumi, Pinaki Majumdar, Florentin Smarandache, New Operations on Intuitionistic Fuzzy Soft Sets Based on First Zadeh's Logical Operators, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 267-277.
- [238] Said Broumi, Florentin Smarandache, New Operations over Interval Valued Intuitionistic Hesitant Fuzzy Set, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp 267-276.
- [239] Said Broumi, Florentin Smarandache, Mamoni Dhar, Pinaki Majumdar, New Results of Intuitionistic Fuzzy Soft Set, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 386-391.
- [240] Vasantha Kandasamy, Sekar. P. Vidhyalakshmi, New Type of Fuzzy Relational Equations and Neutrosophic Relational Equations – To analyse Customers Preference to Street Shops, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 68-76.
- [241] Irfan Deli, npn-Soft sets theory and their applications, In Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 2015, pp. 3-16.

- [242] Said Broumi, Irfan Deli, Florentin Smarandache, N-Valued Interval Neutrosophic Sets and Their Application in Medical Diagnosis, In Critical Review, Volume X, 2015, pp. 45-68.
- [243] Florentin Smarandache, n-Valued Refined Neutrosophic Logic and Its Applications to Physics, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 36-44.
- [244] Said Broumi, Florentin Smarandache, Mamoni Dhar, On Fuzzy Soft Matrix Based on Reference Function, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 392-398.
- [245] Tanushree Mitra Basu, Shyamal Kumar Mondal, Neutrosophic Soft Matrix and Its Application in Solving Group Decision Making Problems from Medical Science, In Computer Communication & Collaboration, 2015, Vol. 3, pp. 1-31.
- [246] A.A.A. Agboola, B. Davvaz, On Neutrosophic Canonical Hypergroups and Neutro-sophic Hyperrings, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014, pp. 34-41.
- [247] A.A.A. Agboola, B. Davvaz, On Neutrosophic Ideals of Neutrosophic BCI-Algebras, In Critical Review, Volume X, 2015, pp. 93-103.
- [248] Fu Yuhua, Pauli Exclusion Principle and the Law of Included Multiple-Middle, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 3-5.
- [249] Pawalai Krai Peerapun, Kok Wai Wong, Chun Che Fung, Warick Brown, Quantification of Uncertainty in Mineral Prospectivity Prediction Using Neural Network Ensembles and Interval Neutrosophic Sets, 2006 International Joint Conference on Neural Networks, pp. 3034-3039.
- [250] Florentin Smarandache, Refined Literal Indeterminacy and the Multiplication Law of Sub-Indeterminacies, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 9, 2015, pp. 1-5.
- [251] Said Broumi, Irfan Deli, Florentin Smarandache, Relations on Interval Valued Neutrosophic Soft Sets, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 290-306.
- [252] Florentin Smarandache, Reliability and Importance Discounting of Neutrosophic Masses, In Neutrosophic Theory and Its



Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 13-26.

- [253] Florentin Smarandache, Replacing the Conjunctive Rule and Disjunctive Rule with Tnorms and T-conorms respectively (Tchamova-Smarandache), in Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 45-46.
- [254] Said Broumi, Florentin Smarandache, On Neutrosophic Implications, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014, pp. 9-17.
- [255] A. A. Salama, Mohamed Eisa, S.A. Elhafeez, M. M. Lotfy, Review of Recommender Systems Algorithms Utilized in Social Networks based e-Learning Systems & Neutrosophic System, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 32-40.
- [256] Kalyan Mondal, Surapati Pramanik, Rough Neutrosophic Multi-Attribute Decision-Making Based on Rough Accuracy Score Function, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 14-21.
- [257] Said Broumi, Florentin Smarandache, Mamoni Dhar, Rough Neutrosophic Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 62-67.
- [258] C. Antony Crispin Sweety, I. Arockiarani, Rough sets in Fuzzy Neutrosophic approximation space, 16 p.
- [259] Said Broumi, Florentin Smarandache, Several Similarity Measures of Neutrosophic Sets, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 1, 2013, pp. 54-62.
- [260] Anjan Mukherjee and Sadhan Sarkar, Several Similarity Measures of Interval Valued Neutrosophic Soft Sets and Their Application in Pattern Recognition Problems, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 54-60.
- [261] Zhang-peng Tian, Jing Wang, Hong-yu Zhang, Xiao-hong Chen, Jian-qiang Wang, Simplified neutrosophic linguistic normalized weighted Bonferroni mean operator and its application to multi-criteria decision-making problems, Faculty of Sciences and Mathematics, University of Nis, Serbia, Filomat, 24 p.
- [262] Jun Ye, Qiansheng Zhang, Single Valued Neutrosophic Similarity Measures for Multiple Attribute Decision-Making, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 2, 2014, pp. 48-54.

- [263] Rajashi Chatterjee, P. Majumdar, S. K. Samanta, Single valued neutrosophic multisets, In *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 2015, pp. 1-16.
- [264] Said Broumi, Florentin Smarandache, Soft Interval –Valued Neutrosophic Rough Sets, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 7, 2015, pp. 69-80.
- [265] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Munazza Naz, Soft Neutrosophic Bigroup and Soft Neutrosophic N-Group, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 2, 2014, pp. 55-79.
- [266] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Soft Neutrosophic Bi-LA-semigroup and Soft Neutrosophic N-LA-seigroup, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 5, 2014, pp. 45-58.
- [267] Muhammad Shabir, Mumtaz Ali, Munazza Naz, Florentin Smarandache, Soft Neutrosophic Group, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 1, 2013, pp. 13-25.
- [268] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Soft Neutrosophic Groupoids and Their Generalization, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 6, 2014, pp. 61-80.
- [269] Florentin Smarandache, Mumtaz Ali, Munazza Naz, and Muhammad Shabir, Soft Neutrosophic Left Almost Semigroup, In *Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1*, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 317-326.
- [270] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, and Muhammad Shabir, Soft Neutrosophic Loop, Soft Neutrosophic Biloop and Soft Neutrosophic N-Loop, In *Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1*, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 327-348.
- [271] Mumtaz Ali, Christopher Dyer, Muhammad Shabir, Florentin Smarandache, Soft Neutrosophic Loops and Their Generalization, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 4, 2014, pp. 55-75.
- [272] Mumtaz Ali, Florentin Smarandache, Muhammad Shabir, Munazza Naz, Soft Neutrosophic Ring and Soft Neutrosophic Field, In *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 3, 2014, pp. 55-61.
- [273] Mumtaz Ali, Muhammad Shabir, Munazza Naz, Florentin Smarandache, Soft neutrosophic semigroups and their generalization, In *Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1*, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 349-367.

- [274] A. A. Salama, Said Broumi and Florentin Smarandache, Some Types of Neutrosophic Crisp Sets and Neutrosophic Crisp Relations, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 379-385.
- [275] A. A. Salama, Florentin Smarandache, S. A. Alblowi, The Characteristic Function of a Neutrosophic Set, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 3, 2014, pp. 14-17.
- [276] Florentin Smarandache, Stefan Vladutescu, The Fifth Function of University: "Neutrosophic E-function" of Communication-Collaboration-Integration of University in the Information Age, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 445-462.
- [277] Vasile Patrascu, The Neutrosophic Entropy and its Five Components, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 2015, pp. 40-46.
- [278] Florentin Smarandache, Thesis-Antithesis-Neutrothesis, and Neutrosynthesis, In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 57-58.
- [279] Florentin Smarandache, (t, i, f)-Neutrosophic Structures & I-Neutrosophic Structures (Revisited), In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 8, 2015, pp. 3-9.
- [280] Florentin Smarandache, Sukanto Bhattacharya, To be and Not to be – An introduction to Neutrosophy: A Novel Decision Paradigm, In Neutrosophic Theory and Its Applications. Collected Papers, Volume 1, EuropaNova, Bruxelles, 2014, pp. 424-439.
- [281] Pranab Biswas, Surapati Pramanik, Bibhas C. Giri, TOPSIS method for multi-attribute group decision-making under single-valued neutrosophic environment, In Neural Comput & Applic., 2015, 11 p.
- [282] Pabitra Kumar Maji, Weighted Neutrosophic Soft Sets. In Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 6, 2014, pp. 6-11.
- [283] Pabitra Kumar Maji, Weighted Neutrosophic Soft Sets Approach in a Multicriteria Decision Making Problem. In Journal of New Theory, 2015, 12 p

### ٣.٢.٥ مقدمات لمؤتمرات عالمية وحلقات دراسية حول النيوتروسوفيك

#### Presentations to International Conferences or Seminars

- [1] F. Smarandache, Foundations of Neutrosophic set and Logic and Their Applications to Information Fusion, Okayama University of Science, Kroumov Laboratory, Department of Intelligence Engineering, Okayama, Japan, 17 December 2013.
- [2] Jean Dezert & Florentin Smarandache, Advances and Applications of Dezert-Smarandache Theory (DSmT) for Information Fusion, presented by F. Smarandache, Osaka University, Department of Engineering Science, Inuiguchi Laboratory, Japan, 10 January 2014.
- [3] F. Smarandache, Foundations of Neutrosophic Set and Logic and Their Applications to Information Fusion, Osaka University, Inuiguchi Laboratory, Department of Engineering Science, Osaka, Japan, 10 January 2014.
- [4] F. Smarandache, Alpha-Discounting Method for Multicriteria Decision Making, Osaka University, Department of Engineering Science, Inuiguchi Laboratory, Japan, 10 January 2014.
- [5] F. Smarandache, The Neutrosophic Triplet Group and its Application to Physics, seminar Universidad Nacional de Quilmes, Department of Science and Technology, Buenos Aires, Argentina, 02 June 2014.
- [6] F. Smarandache, Foundations of Neutrosophic Logic and Set and their Applications to Information Fusion, tutorial, 17th International Conference on Information Fusion, Salamanca, Spain, 7th July 2014.
- [7] Said Broumi, Florentin Smarandache, New Distance and Similarity Measures of Interval Neutrosophic Sets, 17th International Conference on Information Fusion, Salamanca, Spain, 7-10 July 2014.
- [8] F. Smarandache, Foundations of Neutrosophic Logic and Set Theory and their Applications in Science. Neutrosophic Statistics and Neutrosophic Probability. n-Valued Refined Neutrosophic Logic, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Ciencia

Matemáticas, Departamento de Geometría y Topología, Instituto Matemático Interdisciplinar (IMI), Madrid, Spain, 9th July 2014.

- [9] F. Smarandache, (T, I, F)-Neutrosophic Structures, Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2015, Robotics and Mechatronics. Special Session and Work Shop on VIPRO Platform and RABOR Rescue Robots, Romanian Academy, Bucharest, 21-22 May 2015.
- [10] Mumtaz Ali & Florentin Smarandache, Neutrosophic Soluble Groups, Neutrosophic Nilpotent Groups and Their Properties, Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2015, Robotics and Mechatronics. Special Session and Work Shop on VIPRO Platform and RABOR Rescue Robots, Romanian Academy, Bucharest, 21-22 May 2015.
- [11] V. Vladareanu, O. I. Sandru, Mihnea Moisesescu, F. Smarandache, Hongnian Yu, Modelling and Classification of a Robotic Workspace using Extenics Norms, Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, Robotics and Mechatronics. Special Session and Work Shop on VIPRO Platform and RABOR Rescue Robots, Romanian Academy, Bucharest, 21-22 May 2015.
- [12] Luige Vladareanu, Octavian Melinte, Liviu Ciupitu, Florentin Smarandache, Mumtaz Ali and Hongbo Wang, NAO robot integration in the virtual platform VIPRO, Annual Symposium of the Institute of Solid Mechanics, SISOM 2015, Robotics and Mechatronics. Special Session and Work Shop on VIPRO Platform and RABOR Rescue Robots, Romanian Academy, Bucharest, 21-22 May 2015.
- [13] F. Smarandache, Types of Neutrosophic Graphs and neutrosophic Algebraic Structures together with their Applications in Technology, Universitatea Transilvania din Brasov, Facultatea de Design de Produs si Mediu, Brasov, Romania, 06 June 2015.

٤.٢.٥ اطاريح دكتوراه في النيوتروسوفيا

### **Ph. D. Dissertations**

- [1] Eng. Stefan Adrian Dumitru, Contributii in dezvoltarea sistemelor de control neuronal al miscarii robotilor mobili autonomi, adviser

- Dr. Luige Vlădăreanu, Institute of Solid Mechanics, Romanian Academy, Bucharest, 25 September, 2014.
- [2] Eng. Dănuț Adrian Bucur, Contribuții în controlul mișcării sistemelor de prehensiune pentru roboți și mâini umanoide inteligente, adviser Dr. Luige Vlădăreanu, Institute of Solid Mechanics, Romanian Academy, Bucharest, 25 September, 2014.
- [3] Eng. Daniel Octavian Melinte, Cercetari teoretice si experimentale privind controlul sistemelor mecanice de pozitionare cu precizie ridicata, advisers Dr. Luige Vlădăreanu & Dr. Florentin Smarandache, Institute of Solid Mechanics, Romanian Academy, Bucharest, September 2014 .
- [4] Eng. Ionel Alexandru Gal, Contributions to the Development of Hybrid Force-Position Control Strategies for Mobile Robots Control, advisers Dr. Luige Vlădăreanu & Dr. Florentin Smarandache, Institute of Solid Mechanics, Romanian Academy, Bucharest, October 14, 2013.
- [5] Smita Rajpal, Intelligent Searching Techniques to Answer Queries in RDBMS, Ph D Dissertation in progress, under the supervision of Prof. M. N. Doja, Department of Computer Engineering Faculty of Engineering, Jamia Millia Islamia, New Delhi, India, 2011.
- [6] Josué Antonio Nescolarde Selva, A Systematic Vision of Belief Systems and Ideologies, under the supervision of Dr. Josep Llus Usó I Domènech, Dr. Francesco Eves Macià, Universidad de Alicante, Spain, 2010.
- [7] Ming Zhang, Novel Approaches to Image Segmentation Based on Neutrosophic Logic, Ph D Dissertation, Utah State University, Logan, Utah, USA, All Graduate Theses and Dissertations, Paper 795, 12-1-201, 2010.
- [8] Haibin Wang, Study on Interval Neutrosophic Set and Logic, Georgia State University, Atlanta, USA, 2005.
- [9] Sukanto Bhattacharya, Utility, Rationality and Beyond - From Finance to Informational Finance [using Neutrosophic Probability], Bond University, Queensland, Australia, 2004.

ان التحليل النيوتروسوفي يعد تعميما لتحليل المجموعة ، والتي بدورها تعد تعميما لتحليل الفترة ، ان الحساب النيوتروسوفي التمهيدي يشير الى قيم ثابتة للاتعيين ، بينما حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي يمكن اعتبارها رياضيات ذات لاتعيين متغير ، مبادئ حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي وحساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي يمكن تطويرهما بطرق عديدة ، وذلك بالاعتماد على انواع اللاتعيين التي تملكها المسألة كذلك بالاعتماد على الطرق المستخدمة في التعامل معها .

قدمنا في هذا الكتاب بعض الامثلة عن اللاتعيينات الخاصة ، لكن يوجد الكثير من اللاتعيينات في حياتنا اليومية ، يجب علينا دراستها واعادة حلها باستخدام طرق مشابهة او طرق مختلفة عن التي ذكرناها . لذلك نحن بحاجة الى مزيد من الابحاث العلمية في حقل النيوتروسوفك .

يمكن مستقبلا دراسة حساب التفاضل والتكامل النيوتروسوفي الجزئي من خلال ابحاث متقدمة في هذا المضمار .

قدم المؤلف في هذا الكتاب ولاول مرة افكار لكل من شبه الغاية النيوتروسوفية ، وشبه الاستمرارية النيوتروسوفية بطرق مختلفة عن شبه الاستمرارية التقليدية، وشبه المشتقة النيوتروسوفية، وشبه التكامل النيوتروسوفي بطرق تختلف عن حساب التفاضل والتكامل الجزئي الاعتيادي ، بالاضافة الى التعاريف التقليدية للغاية والاستمرارية والمشتقة والتكامل تباعا.



## نبذة عن المترجمين

### د. هدى اسماعيل خالد الجميلي

ولدت عام ١٩٧٤ في محافظة نينوى / العراق .حصلت على شهادة البكالوريوس في علوم الرياضيات من قسم الرياضيات / كلية العلوم/ جامعة الموصل وحصلت على شهادة الماجستير من نفس الجامعة من كلية علوم الحاسوب والرياضيات/ قسم الرياضيات عن رسالتها "استخدام الغلاف الطيفي في موازين الشعر العربي " عام ٢٠٠١، كما وحصلت على شهادة الدكتوراه في الرياضيات من نفس الكلية عن أطروحتها الموسومة "التقسي في التحليل الحساس في مسائل البرمجة الهندسية المعممة ". لديها عضوية في اكااديمية **Telesio- Galilei**

العلمية اللندنية ، وعضوة في هيئة تحرير المجلة العالمية JHEPGC ، وعضوة شرف في المجمع العلمي العالمي النيوتروسوفي منذ ٢٠١٥/٥/١٩ ، وعضوة في هيئة تحرير مجلة NSS التابعة لجامعة نيو مكسيكو الامريكية، كما وكانت رئيسة لقسم الرياضيات في كلية التربية الاساسية / جامعة الموصل-جامعة تلغفر من ٢٠١٢ الى ٢٠١٥.حصلت على شهادة تقديرية من معالي وزير التعليم العالي والبحث العلمي العراقي لمشاركتها في جائزة التعليم العالي للعلوم عام ٢٠١٣. لها اهتمامات بحثية عديدة اهمها المنطق النيوتروسوفي ، البرمجة الهندسية النيوتروسوفية ، المعادلات العلاقية النيوتروسوفية المضببة ، البرمجة الهندسية المضببة ، البرمجة الهندسية المعممة ،تطبيقات البرمجة الهندسية. احدث منشوراتها في مجال تخصصها والمنطق النيوتروسوفي كان حول وضع صيغ جديدة ومبتكرة للحلول العظمى والدنيا في المعادلات العلاقية النيوتروسوفية ، كذلك وضع مفهوم مبتكر ل (الأقل او يساوي) النيوتروسوفي في مسائل البرمجة الهندسية غير المقيدة . ولها بحوث اخرى وكتب قيد الطباعة والنشر للمزيد يمكن الرجوع الى الموسوعة العالمية للباحثين في النيوتروسوفيك (ENR) .



### المهندس الكهربائي : أحمد خضر عيسى الجبوري

ولد عام ١٩٨٥ في محافظة نينوى / العراق . حصل على شهادة البكالوريوس في هندسة القدرة الكهربائية / الكلية التقنية الهندسية بالموصل عام (٢٠٠٧-٢٠٠٨) يعمل في جامعة تلغفر/ كلية التربية الاساسية منذ عام ٢٠١٢ ولحد الان. بالاضافة الى اهتمامه في مجال اختصاصه ، فهو مهتم ايضا بالرياضيات والفيزياء خصوصا فيما يتعلق في المنطق النيوتروسوفي والمنطق الضبابي وعلم الكونيات. حصل في ٢٠١٦/٤/٢٦ على عضوية شرف المجمع العلمي العالمي النيوتروسوفي ، ولديه افكار مبتكرة لتطوير الادوات الرياضية ويعمل على بناء نظرية التقابل

في البرمجة الهندسية النيوتروسوفية، كما قام بوضع بعض المخططات التكنولوجية للفضاء المتري الجزئي في حسابان التقاضل والتكامل النيوتروسوفي ، ومن ضمن اهتماماته البحثية البرمجة الهندسية النيوتروسوفية ، المعادلات العلاقية النيوتروسوفية ، المعادلات العلاقية المضببة ، البرمجة الهندسية المضببة ، البرمجة الهندسية ،تطبيقات البرمجة الهندسية في هندسة القدرة الكهربائية وله ابحاث حديثة منشورة في مجلات عالمية مختصة بالمنطق النيوتروسوفي وله مؤلفات قيد الطباعة والنشر وللمزيد يمكن الرجوع الى الموسوعة العالمية للباحثين في النيوتروسوفيك (ENR).





### فريق العمل

المؤلف : فلورنتن سمرانداكة  
امريكا جامعة نيو مكسيكو  
المترجمون : هدى الجميلي – احمد الجبوري العراق جامعة تلعفر  
المراجعون : احمد سلامة – هويدا الغوالي مصر جامعة بور سعيد  
سعيد برومي المغرب العربي  
المراجع اللغوي : عبدالمنعم الدليمي العراق جامعة تلعفر

# Neutrosophic Precalculus and Neutrosophic Calculus

**Authorship**

**Florentin Smarandache**

University of New Mexico, 705 Gurley Ave. Gallup, NM 87301, USA.

[smarand@unm.edu](mailto:smarand@unm.edu)

**Translators**

**Huda E. Khalid<sup>1</sup>**

**Ahmed K. Essa<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>University of Telafer, Department of Mathematics, College of Basic Education, Mosul, Iraq. [hodaesmail@yahoo.com](mailto:hodaesmail@yahoo.com)

<sup>2</sup>University of Telafer, College of Basic Education, Mosul, Iraq.  
[ahmed.ahhu@gmail.com](mailto:ahmed.ahhu@gmail.com)

**Peer Reviewers:**

**A.A. Salama<sup>1</sup>, Hewayda ElGhawalby<sup>2</sup>**

**Said Broumi<sup>3</sup> Abdelmoneim A. Al-Dulaimi<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>*Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science, Port Said University, Egypt*

<sup>2</sup>*Physics and Engineering Mathematics Department, Faculty of Engineering, Port Said University, Egypt*

<sup>3</sup>*Laboratory of Information Processing, Faculty of Science Ben M'Sik. University Hassan II, B.P 7055 sidiothman, Casablanca Morocco* [broumisaid78@gmail.com](mailto:broumisaid78@gmail.com)

<sup>4</sup> Department of Arabic Language, College of Basic Education, University of Telafer, Mosul, Iraq.  
E-mail: [abdm0469@yahoo.com](mailto:abdm0469@yahoo.com)

